

Procedimiento selectivo de ingreso al  
Cuerpo de Profesorado de Enseñanza Secundaria  
**Comunidad Foral de Navarra**  
*PRUEBA PRÁCTICA (parte 1A)*

Código de cuerpo: 590	Especialidad: Matemáticas	Idioma: Castellano	Fecha: 19 de junio de 2021
--------------------------	------------------------------	-----------------------	-------------------------------

**Problema 1.** (2,5 puntos) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

demostrar que  $\forall n \geq 2$  se cumple

$$A^n = \begin{pmatrix} a^n & \binom{n}{1}a^{n-1}b & \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 \\ 0 & a^n & \binom{n}{1}a^{n-1}b \\ 0 & 0 & a^n \end{pmatrix}.$$

**Problema 2.** Dada la función eficiencia que viene expresada por

$$E(\phi) = \frac{tg\phi(1 - m \cdot tg\phi)}{m + tg\phi}$$

con  $m \in (0, 1]$  fijo:

a) (1 punto) Probar que

$$\frac{dE}{d\phi} = \frac{m(1 + t^2)(a_0 + a_1t + a_2t^2)}{(m + t)^2},$$

donde  $t = tg\phi$  y  $a_i$  son coeficientes a determinar que dependen de  $m$ .

b) (1 punto) Demostrar que

$$\frac{dE}{d\phi} = \frac{-m \cdot \sec^2\phi(-\cos(2\phi) + m \cdot \sen(2\phi))}{(m \cdot \cos\phi + \sen\phi)^2}.$$

c) (0,5 puntos) Calcular los valores de  $\phi \in \mathbb{R}$  que dan la eficiencia máxima para cada  $m$ .

**Problema 3.** (2,5 puntos) La curva  $y^3 - x^3 = 1$  y las tangentes a la misma en sus puntos de inflexión determinan una región acotada. Hallar su área.

**Problema 4.** El tiempo, en minutos, que un documento espera en una cola de impresión es una variable aleatoria continua,  $\zeta$ , con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx, & \text{si } 0 < x < 5 \\ k(10 - x), & \text{si } 5 < x < 10 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Calcular el valor de  $k$ .
- b) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar menos de 3 minutos.
- c) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar más de 9 minutos.
- d) (0,3 puntos) Calcular la probabilidad de que un documento tenga que esperar entre 4 y 7 minutos.
- e) (0,3 puntos) Un documento lleva 4 minutos en la cola, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar al menos 3 minutos más?
- f) (0,3 puntos) Un documento lleva 6 minutos en la cola, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 9 minutos?
- g) (0,5 puntos) Calcular el tiempo medio de espera.