

NUEVO MÉTODO

DE CÁLCULO.

BND

Los ejemplares llevan una contraseña para acreditar su procedencia.

BND

Se autoriza la copia para la investigación.
© Gobierno de Navarra

NUEVO MÉTODO

PARA APRENDER Y ENSEÑAR

A CALCULAR CON LA LIGEREZA DEL PENSAMIENTO

Y CON LA MAYOR EXACTITUD;

por

MR. GRANDSARD:

Traducido del Francés

por

D. Fernando Bonegade.



PAMPLONA.

IMPRESA DE IGNACIO GARCÍA

1852.

BND

Se autoriza la copia para la investigación.
© Gobierno de Navarra

EL TRADUCTOR.

*No puse en castellano este tratadito de cálculo con intencion de publicarlo; mi objeto solo fué traducirlo para mi uso, ejercitándome al propio tiempo en el Francés. De otro modo no tendría disculpa lo imperfecto de la ejecucion; pero despues de acabada la obra la leyeron algunas personas, para mí muy queridas, y se empeñaron én que la publicase, siquie-
ra fuese por las ventajas del Nuevo Método; y aun-
que por el fundado temor de desagradar al público no me atrevía á complacerlas, tuve que resolverme por fin, despues que un caballero entendido en todos conceptos, al cual debo consideracion y afecto, exami-
nó el manuscrito, y me animó á publicarlo asegu-
rándome QUE NO ERA TAN MALO COMO YO LO CREÍA.*

Solo, pues, á fuerza de tanto compromiso y con

la aprobación de una persona tan entendida como aquella á que me refiero y dejo de nombrar por respeto, me aventuro á ofrecer en castellano el Método de M. Grandsard. Si logro, á lo menos, hacerme entender de mis lectores, creo que habré prestado algun servicio á la enseñanza y que alcanzaré la indulgencia de que tanto necesito, y por cuya obtencion, únicamente, escribo esta declaracion y esta súplica.

F. B.

BND



Certificaciones acordadas al autor en consecuencia de los ensayos del método, hechos públicamente en presencia del Consejo Municipal de la villa de Epinal, de la Sociedad de Emulación del Departamento de los Vosges, del Sr. Prefecto y de algunos individuos del Consejo general del mismo Departamento.

Estracto del registro de deliberaciones del Consejo municipal de Epinal. (Sesion del 25 de Agosto de 1851.)

El Sr. Maire á quien se presentó una instancia de M. Grandsard, recaudador municipal, fecha 8 del corriente, relativa á un nuevo procedimiento por el cual se conseguiría dar á los niños en muy poco tiempo, la habilidad y precision que, sobre todo exigen las operaciones fundamentales de la Aritmética, ha creido deber someter la citada instancia á la Comision de instruccion pública, la cual despues de haber oido á Mr. Grandsard, vió operar á su presencia varios discípulos de ambos sexos.

Mr. Lemarquis fué comisionado para formular en un informe las promesas hechas por M. Grandsard, y hé aquí poco mas ó menos en qué términos se espresa.

»Mr. Grandsard ha presentado ante la Comision cierto número de niños de 7 á 15 años, instruidos segun su método, y casi todos han ejecutado las cuatro reglas de la Aritmetica con una habilidad, una prontitud y una seguridad que difficilmente podrá encontrarse, no en niños tan tiernos, sino ni aun en hombres hechos ó en sujetos que han pasado toda su vida amontonando cifras. Dos ó tres, sobre todo, de aquellos niños, (uno apenas de 8 años de edad) admiran por la rapidez y exactitud con que practican las operaciones; y es imposible no reconocer desde luego todo lo que el método de M. Grandsard tiene de maravilloso, al ver que tan jóve-

nes discípulos cuentan con mas seguridad y presteza que los hombres que han pasado 20 ó 30 años de su vida en las oficinas de Rentas ó en la práctica de las operaciones catastrales. Los individuos de la Comision quedaron asombrados de los bellos efectos de este método y se apresuraron á manifestar su deseo de ver ensalzado y publicado un descubrimiento que debe modificar tan profundamente los estudios científicos, simplificando y abreviando los trabajos, tan fastidiosos, de profesores y discípulos.

»Mr. Grandsard no puede por ahora, indicar la marcha que debe seguirse; pues que en ello consiste su secreto; pero presenta resultados pasmosos, y nada hay hasta tal punto increíble, que deje de ceder ante hechos tan claros como los que se han sometido al exámen de la Comision. Mr. Grandsard desafía la inteligencia mas obtusa á que resista dos ó tres meses de su método.

»Sin duda el Consejo general estará ansioso de verificar y comprobar por sí mismo los admirables é inmensos resultados obtenidos por el método de Mr. Grandsard. Tambien el Consejo municipal, unánime, uniendo su voz á la de la Comision, se apresura á recomendar de una manera muy especial á la atencion y benevolencia de los individuos del Consejo general el método tan extraordinario de Mr. Grandsard.

»El Consejo municipal será muy feliz en esta ocasion, por el mucho interes que se complace en manifestar á Mr. Grandsard, si, como está persuadido, el Consejo general quiere unir sus esfuerzos á los de la Sociedad de Emulacion y á los de toda la municipalidad para inclinar el ánimo del Gobierno á que escogite el medio mas pronto de propagar un método tan útil á todas las clases de la Sociedad.»

Por extracto conforme,

El Consejero haciendo las funciones de Maire, =M. N. Evon.

Informe de una Comision de la Sociedad de Emulacion del Departamento de los VOSGES.

»En su sesion ordinaria del Jueves 15 de Mayo de 1831, la Sociedad de Emulacion de los Vosges, con motivo de la invitacion de Mr. Grandsard, recaudador municipal de la villa de Epinal, nombró una Comision encargada de examinar los resultados del método de cálculo de que es inventor Mr. Grandsard, y por medio del cual los niños privados

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

de toda clase de instruccion, pueden, despues de 30 ó 40 lecciones, hacer de la manera mas rápida y en apariencia mas facil, las operaciones designadas con el nombre de cuatro reglas, por muy complicadas que ellas sean y por mas numerosas cifras que se sometan á su cálculo.

El 18 de Junio, la comision nombrada por la sociedad se constituyó en casa de M. Grandsard, y presencié la prueba ó exámen. Cada discípulo llamado á su vez, escribió sobre la pizarra los números que le fueron dictados por la comision, y ejecutó con suma rapidez las diferentes operaciones que se le pidieron. Adicion, sustraccion, multiplicacion, division; todo se hizo con facilidad tan maravillosa y destreza tal, que sus discípulos parecian impulsados por el movimiento regular de una máquina.

«El éxito fué, pues, completo y el resultado unánimemente atestiguado.»
 ¿Mas por qué metodo ha podido Mr. Grandsard realizar esta especie de milagro? ¿Por qué medios ha conseguido hacer desaparecer las dificultades que presentan siempre las operaciones matemáticas, aun las mas sencillas, y hacer las cifras de tal manera familiares para aquellos juveniles entendimientos, (por que los discípulos de Mr. Grandsard tienen todos de 8 á 12 ó 14 años) que las leen tan fácilmente como letras, y las combinan mejor, quizá, que silabas? A esto la Comision no puede responder nada y se contenta con atestiguar los resultados: no discute, no investiga para espicarlos; y solo para que no pueda quedar á nadie la menor duda sobre la eficacia de este método, del cual Mr. Grandsard hace un secreto y se reserva la propiedad, creyó la Comision deberle obligar á que tomase bajo su direccion uno ó muchos niños de una ignorancia matematica bien demostrada y notoria, y en cierto número de lecciones les comunicase aquel grado de habilidad en la combinacion de las cifras, que la Comision ha observado en sus demas discípulos: y que cuando los creyese convenientemente instruidos los sometiese á un exámen público.
 «Mr. Grandsard aceptó esta condicion, y hoy declara haberla cumplido y estar pronto á dar de ello la prueba.

Los individuos de la Sociedad, abajo firmados, se limitan por hoy á asegurar que los discípulos de Mr. Grandsard han operado de la manera mas satisfactoria, tanto á su presencia, el 18 de Junio, como á presencia de la misma sociedad en su sesion del 19 del mismo mes; y se complacen en dar de ello el testimonio mas completo á Mr. Grandsard para que pueda hacerlo valer cuando le convenga.

«Epinal 25 de Agosto de 1851.

El Secretario perpetuo de la Sociedad, individuo de la comision= Firmado=HAXO.=Firmado=GUERY=GRILLOT.=BEAURAIN.

VIII

El Presidente de la Sociedad certifica igualmente la exactitud de los hechos y resultados referidos en el presente informe por haber sido testigo de ellos en la sesion de la Sociedad en que Mr. Grandsard presentó sus discípulos.

Epinal 26 de Agosto de 1851.

Firmado.==MAUD' HEUX,

Certificado conforme al original que se nos ha presentado.

Epinal 27 de Agosto de 1851.

El Maire provisor M. N. EVON.

Prefectura del Departamento de los Vosges.

Nos, Prefecto de los Vosges; certificamos: que el dia 30 de Agosto á nuestra presencia y la de gran número de individuos del Consejo general se practicó el metodo de Mr. Grandsard por varios de sus discípulos de ambos sexos de 7 á 15 años de edad, quienes ejecutaron las cuatro primeras operaciones de la aritmética con tal rapidez y exactitud, que escitaron al mas alto punto nuestra admiracion y la de todas las personas presentes en aquella sesion.==Epinal 18 de Setiembre de 1852.==Eu. Depercy.

BND

NUEVO MÉTODO.

PARTE PRIMERA.

RAZON DEL MÉTODO.

¿Quieres ser hábil y buen obrero?
Dedicate á la práctica de tu oficio antes
de estudiar la teoría.

¿Quieres hacerte excelente lógico?
No juzgues jamás de una cosa sin haberla
antes examinado bien en su conjunto
y en sus partes.

Hánse publicado hasta ahora una infinidad de métodos para la enseñanza del cálculo; mas no sé que en ellos se hayan propuesto jamás el formar hábiles calculadores sobre los bancos mismos de la escuela: todos se remiten á la práctica para obrar este prodigio. También vemos que los discípulos están por mucho tiempo calculando trabajosamente ó contando con los dedos, y que aun así cometen numerosísimos errores. De modo que nunca sabríamos calcular con inteligencia y seguridad si no nos entregásemos á una práctica larga y cons-

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

tante; de donde se sigue, que nuestro actual método de enseñanza deja en la ignorancia del cálculo, al menos [bajo el punto de vista de la destreza y seguridad, toda aquella clase, al propio tiempo tan numerosa é interesante, de campesinos y obreros, los cuales no tienen ni tiempo ni ocasion de perfeccionarse, sea por la práctica sea por el estudio.

Habiéndome llamado la atencion este estado de cosas, y deseando poner remedio, me he dedicado á la investigacion de medios propios para proporcionar inmediatamente á la juventud aquella destreza y seguridad que, ademas de su alta utilidad popular, facilitan mucho, no solo el estudio de la aritmética, sino el de todas las matemáticas en sus diferentes grados.

Mis meditaciones á este efecto, auxiliadas de mi propia esperiencia, han dado por resultado el descubrirme los secretos de la práctica, y hacerme conocer el órden y la naturaleza de las funciones de cada uno de los órganos con cuya ayuda adquirimos las ventajas que han sido el objeto de mis investigaciones.

En efecto; he llegado á reconocer que las cifras forman entre sí algunas combinaciones que por la práctica se nos hacen familiares, bajo la doble relacion de su aspecto y de los sonidos que resultan de la enunciacion desus sumas y de sus productos; que estas circunstancias de aspectos y de sonidos, en razon de las numerosas variantes ocasionadas por la estremada movilidad de los números puestos á nuestra vista, no pueden impresionar nuestro entendimiento sino despues de muchos años de

ejercicio, y aun entonces sin habernos apercebido de ello: que el ojo y el oido son, por consiguiente, los principales agentes del cálculo; que la memoria, en cierta manera, no es mas que el depósito de las ideas adquiridas por el ejercicio de aquellos dos agentes; en fin, que las dificultades que encontramos en la enseñanza y en la ejecucion del cálculo, son debidas al mal empleo que hacemos de aquellos órganos y resultado, tambien, de abandonar á la casualidad el cuidado de revelarnos la existencia de las uniones y sonidos que arriba se han mencionado.

Estas observaciones generales no son, por otra parte, mas que la consecuencia de las que siguen, á las cuales me ha conducido esta argumentacion.

«Por cada una de las cuatro operaciones de la Aritmética nos proponemos descubrir un número desconocido con ayuda de dos números que se nos presentan ó que ya conocemos.»

«En razon de los estrechos límites de nuestras facultades, nos vemos obligados á proceder parcialmente en esta indagacion, á fin de que nuestro trabajo de apreciacion no se fije mas que sobre tres números tan reducidos como posible sea.»

«Luego para hacerse prontamente hábil calculador, basta encontrar un medio práctico de agrupar estos tres últimos números en el entendimiento de los discípulos de una manera inseparable; es decir, de tal suerte, que el incógnito se revele instantáneamente por la presencia ó enunciacion de los otros dos ya conocidos.»

Para llegar á este resultado, he tenido que hacer

el analisis de las cuatro operaciones de la Aritmética, trabajo que, juntamente con mi larga esperiencia, me ha sugerido todos los elementos de mi método y me ha puesto en el caso de hacer las siguientes observaciones que, no por muy sencillas, dejan de ser la idea fundamental de mi procedimiento.

Tomo por ejemplo esta adicion:

3
4
8
3
9
6

Desde luego la sola vista de las cifras $\bar{3}$ determina en mí súbitamente y sin ninguna clase de trabajo del entendimiento ni del raciocinio la idea de 7; lo que únicamente me admira es el hallar con la misma facilidad las sumas de 7 y 8, de 15 y 3, de 18 y 9, de 27 y 6, aunque no tenga á la vista los números 7, 15, 18 y 27; pero á poco que reflexione no tardo en apercibirme de que pronunciando estos números en alta voz, han herido el oido con diferentes sonidos que me ayudan á restablecer su forma en el pensamiento; forma que no he podido concebir sino despues del prévio egercicio de la vista.

Por otro lado, si comparo esta misma adicion con la siguiente, despues de haberla descompuesto así:

$$\begin{array}{r}
 3 \{ \dots 7 \} \dots 15 \\
 4 \{ \dots 7 \} \dots 15 \\
 8 \dots 8 \{ \dots \dots \} \dots 18 \\
 3 \dots \dots 3 \} \dots \dots \} \dots 27 \\
 9 \dots \dots \dots 9 \} \dots \dots \} \dots 33 \\
 6 \dots \dots \dots \dots 6 \}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \{ \dots 17 \} \dots 25 \\
 9 \{ \dots 17 \} \dots 25 \\
 8 \dots \dots 8 \} \dots \dots \} \dots 28 \\
 3 \dots \dots \dots 3 \} \dots \dots \} \dots 37 \\
 9 \dots \dots \dots 9 \} \dots \dots \} \dots 43 \\
 6 \dots \dots \dots \dots 6 \}
 \end{array}$$

observo desde luego que haciendo tambien estas dos sumas en alta voz, el ojo y el oido son simultáneamente heridos por aspectos y sonidos que se renuevan casi bajo la misma forma á cada uno de los encuentros de las mismas unidades simples, y que no difieren sino en lo que concierne á las decenas cuya influencia es muy poco sensible para destruir ni para debilitar siquiera esta semejanza de aspectos y de sonidos.

De donde concluyo, que si la presencia de $\frac{7}{8}$ despierta en mí la idea de 15, las ideas de 25, 35, 45, 55, &.^a no podrán hacerme falta á la vista de los aspectos $\frac{17}{8}$ $\frac{27}{8}$ $\frac{37}{8}$ $\frac{47}{8}$, y así indistintamente en todas las uniones formadas por las 9 cifras que pertenecen á las unidades de primer orden.

Estas particularidades bien conocidas, nos facilitan en extremo la resolucion de todas las sumas imaginables; pues que la union de las decenas á las unidades no es mas que una cosa de orden que aprendemos á conocer sin fatiga por la sola nomen-

clatura de 10, 20, 30, 40, 50, &.^a Por otra parte, como la suma no se hace sino por columnas y cifra por cifra, no podemos tener en ningun caso mas que una decena á la vez para añadir á las decenas ya obtenidas.

Por un trabajo análogo de los mismos órganos, si bien mucho mas fácil aun, hacemos la multiplicacion.

En efecto; la union formada por dos factores cualesquiera, no afecta la vista mas que por un aspecto sencillo, única mente compuesto de dos cifras de las unidades de primer órden. Por ejemplo; en la multiplicacion el aspecto de $\frac{6}{8}$ no despierta en mí mas que la idea de 48; mientras que en la adicion me inspira las ideas de 14, 24, 34, 44, 54. &.^a

Practicándose la sustraccion y la division segun las consecuencias que sacarémos de los principios mismos de la adicion y la multiplicacion, he debido limitar mis estudios á las observaciones hechas sobre estas últimas; pues cuando por la continuacion de los ejercicios á que someteré á mi discípulo, llegue éste á agrupar de una manera inseparable en su entendimiento las ideas de 14 como suma, y de 48 como producto, á la sola idea del aspecto $\frac{6}{8}$, la ausencia de una de estas dos cifras, asi apareadas, le será súbita é instintivamente revelada por la presencia de 14 y de 6 ú 8 en la sustraccion, y de 48 y de 6 ú 8 en la division. La cifra 6 ausente, es en efecto, el exceso de 14 sobre 8 y el cuociente de 48 dividido por 8; de la misma manera que 8 es la diferencia de 14 á 6 y el cuociente de 48 por 6.

La práctica, pues, me ha enseñado que la vista imprime en el entendimiento la figura de los números presentes; y que el entendimiento secundado por el oído, recuerda la forma de los números ausentes: y como estos números en las operaciones aritméticas varían hasta lo infinito, resulta que nuestro ojo y nuestro entendimiento no adquieren esa sutileza que constituye un hábil calculador, sino después de largos años de ejercicio.

No así en mi método; pues por medio de esa semejanza de aspectos y de sonidos (que he reducido á 45) y por medio de su fijeza, procuro á mis discípulos en muy poco tiempo la experiencia de aquellos años de ejercicio.

Todas las dificultades del cálculo van pues á hallarse reducidas poco más ó menos, á la apreciación de los aspectos, en número de 45, formados con la unión de cada cifra á sí misma y á cada una de las ocho restantes, y á la dirección que debe darse á los ejercicios del ojo y del oído encargados de resolver esta apreciación.

Desde este momento me hallo provisto de luces suficientes para resolver el problema que me propuse; á saber: cual es el medio práctico de enseñar en muy poco tiempo á determinar sin ninguna clase de investigación, es decir, instantáneamente, cada parte de la suma, de la diferencia, del producto y del cociente de dos números cualesquiera que se nos presenten ó que nos sean conocidos.

Pero como nuestro actual sistema de enseñanza presenta errores que serían escollos si se hubiesen

introducido en mi método, creo deberlos señalar antes de formular y explicar mi procedimiento.

Antes de pasar mas adelante, debo declarar que no trato de hacer aquí la crítica de las teorías aplicadas á la Aritmética: esas teorías no son de mi objeto. Quiero únicamente hacer de mis discípulos hábiles calculadores, primero que enseñarles la ciencia propiamente dicha, para lo cual, tendrán además en seguida mucha mas aptitud, y sobre todo mucho mas gusto.

Esta marcha, que es incontestablemente lógica, está además en perfecta armonía con la que seguimos para la enseñanza de las letras; pues así como debe aprenderse á leer antes de estudiar la Gramática, así tambien debe aprenderse á calcular antes de estudiar la Aritmética, que no es otra cosa sino la Gramática de las ciencias matemáticas.

Esto supuesto, paso revista á todas las aritméticas y métodos que me son conocidos. Siguiendo los mas esplicitos, «la adición de un número cualquiera con otro número simple se hace descomponiendo el menor en sus unidades y agregándolas sucesivamente al otro. Por ejemplo; para unir 8 y 5, se descompone el 5 en $1 + 1 + 1 + 1 + 1$; y para obtener la suma se dice $8 + 1 = 9$; $9 + 1 = 10$; $10 + 1 = 11$; $11 + 1 = 12$; $12 + 1 = 13$.»

«Para hacer la adición de los números compuestos deben escribirse los unos debajo de los otros y despues de pasar una raya por debajo de todos, hacer la suma de las unidades, de las decenas, &c.»

EJEMPLO.....	835
	708
	864
Suma.....	<u>2407</u>

Despues de haber dispuesto y subrayado estos números como queda hecho, se comienza por las unidades diciendo: 5 y 8 son 13, y 4 son 17, y así consecutivamente.»

¿Cómo sabrá el discípulo que 5 y 8 son 13 y 4 son 17? en las aritméticas y métodos que hé consultado no se indica de otro modo que, descomponiendo los números 5 y 4 en sus unidades para añadirlas sucesivamente á 8 y á 13, ya sea por escrito ya contando sobre los dedos.

La sustraccion, la multiplicacion y la division, se nos enseñan por medios parecidos; buenos, sin duda, para la demostracion; mas igualmente ineficaces para hacer hábiles calculadores. La práctica nos presenta el ojo y el oido como los primeros agentes de la celeridad. Luego nuestros métodos dan sin razon, bajo este respecto, la prioridad á la memoria y al raciocinio que no tienen en resúmen, mas que el triste privilegio de fatigar já los niños y escitar en ellos el mas profundo disgusto para las lecciones del cálculo.

Seguimos por consiguiente una marcha equivocada, bajo el punto de vista de la habilidad, siempre que enseñamos á los niños á calcular sobre sus dedos ó por medio de tablas que presentan los números graduados por la adicion de la unidad á ella misma y sucesivamente de 1 á 100.

EJEMPLO.

1 y 1 son 2	2 y 2 son 4
2—1—3	4—2—6
3—1—4	6—2—8

En esta clase de ejercicios la memoria funciona casi con esclusión de la vista, la cual, sin embargo, es llamada para grabar en nuestro ánimo los signos representativos de los números sobre que tendremos que operar. Cambiad el orden de estas cifras, suprimid sus sumas; y el discípulo no os dirá ninguna de estas sumas sin contar sobre sus dedos.

En efecto: ¿cómo un niño, que no aprende á formar los números mas que por la unidad, podría hacer la menor adición sin contar de esta manera? Le será imposible decir la suma 6 y 8, por ejemplo, sin añadir 1 á 6, segun se le ha enseñado, para formar 7; 1 á 7 para hacer 8 y así sucesivamente.

Por otra parte; ofreciendo aquellas tablas al discípulo cuentas entéramente hechas, dispensan á su entendimiento el trabajo de componérselas él mismo; y no hallándose las cifras puestas en dichas tablas por el orden deseado para practicar la adición, ni la idea de la forma ni la idea de los números pueden serle transmitidas por el órgano de la vista que no hace sino un papel muy secundario.

Lo mismo puede decirse de las tablas de multiplicar, hechas en la misma forma y que mandamos aprender de memoria.

EJEMPLO.

2 veces 2 son 4	3 veces 3 son 9
2—3—6	3—4—12
2—4—8	3—5—15
2—5—10	3—6—18

Este orden sucesivo y regular y la presencia de los productos hacen tambien al entendimiento perezoso é inactivo; y dispensándonos de toda investigacion, nos alejan del fin que se proponen.

Aun cuando el discípulo sepa sin punto esta última tabla, no puede en mucho tiempo hacer ninguna multiplicacion sin tenerla á la vista ó sin recitarla mentalmente hasta que llega á los factores del producto que se busca. Así por ejemplo, si tiene que multiplicar 3 por 9, dirá necesariamente, 3 veces 3 son 9; 3 veces 4 son 12; 3 veces 5 son 15....; y en fin 3 veces 9 son 27.

Ademas de esto; la incertidumbre de su apreciacion sobre las sumas y sobre los productos, le hace la sustraccion y la division extremadamente laboriosas; pues repito, que todas aquellas cuentas hechas, todas aquellas sumas y productos que se hacen aprender á los niños en tablas ó de memoria por un orden sucesivo y regular, no les precisan á ninguna tension del entendimiento ni á ninguna formal aplicacion de la vista; y los conocimientos así adquiridos, son tan frágiles como la memoria misma, cuando el órgano de la vista no le ha prestado una ayuda eficaz. Evitaremos pues con el mayor cuidado la ru-

tina y el decorar, lo cual produce sin duda alguna esa dificultad que experimentamos para hacer el menor cálculo mental, es decir, sin necesidad de valernos de la pluma. Es esto tan cierto, que vemos algunas gentes sin instrucción mostrar mas habilidad para los cálculos de cabeza que la mayor parte de los matemáticos; y eso precisamente porque aquellos no pueden ejercitar el cálculo mas que sobre objetos cuya forma afecta sus miradas, mientras que la rutina y la memoria no nos dejan ninguna idea del aspecto y valor de los números. También he procurado en mi método dar á mis discípulos una idea tan cabal de este aspecto como si se tratase de muebles colocados en sus habitaciones, poniéndoles por lo tanto en estado de calcular mentalmente con mucha perfeccion.

El estudio por descomposicion y recomposicion de los números con la unidad, no nos permite calcular mas que por induccion, por raciocinio y despues por la memoria; todos medios lentos é inciertos que hacen del cálculo una ciencia abstracta y trabajosa; mientras que mi método hace de él una ciencia tan positiva, tan material, como la Geografía estudiada sobre los mapas y la Historia natural aprendida sobre los dibujos que representan la forma de las plantas y de los animales.

De donde se sigue, que ese medio lento é incierto empleado en las escuelas limita el trabajo de los discípulos á un número muy reducido de cálculos, frecuentemente falsos y siempre dificultosos. Mis discípulos, procediendo con el aplomo que dá una mirada perspicaz, hacen sin fatigarse mas opera-

ciones en una hora que por lo regular los escolares en un mes.

No siendo el entendimiento más que el agente auxiliar de los órganos de la vista y del oído, no experimenta aquella fatiga de que se quejan hasta los más hábiles calculadores con motivo de sus trabajos, los cuales son para mis discípulos no más que un juego y una diversión.

Mi método, procurando desde luego mayor celeridad y exactitud, tiene la ventaja de conservar la salud del calculador, tantas veces comprometida por el acaloramiento que siempre ocasionan las operaciones.

Segun todas estas observaciones, no queriendo dejar nada esclusivamente á la memoria del discípulo, á fin de sujetar mas especialmente á la atención la mirada y el oído, he compuesto la pequeña tabla que sigue; la cual se opone á la rutina y presenta todos los aspectos posibles de las 9 cifras que forman las unidades del primer orden: tabla que encierra los elementos de las cuatro primeras operaciones de la Aritmética, y que sirve de introduccion para otras tablas sobre cuya inteligencia daré en la aplicacion las esplicaciones necesarias.

3	2	2	3	2	2	2	4	3
4	7	4	6	5	3	6	5	5
7	6	3	8	3	7	5	6	4
8	8	7	9	8	9	6	9	6
2	2	4	5	4	5	6	3	5
9	8	9	8	8	9	7	9	7
4	1	1	1	1	1	1	1	1
7	8	2	5	9	3	6	4	7
3	7	5	2	8	4	6	9	1
3	7	5	2	8	4	6	9	1

Esta tabla no indica ni suma, ni resta ni producto; y por esto mismo tiene el doble mérito de que avivando la acción del ojo y del oído, escita sin cesar el amor propio y la curiosidad de los discípulos, quienes se entretienen con ella como con un juego divertido; y son felices con poder decir sin dudar después de algunas lecciones, la suma y el producto de dos cifras que se les presenten.

Cada aspecto de la tabla, á más del nombre particular de cada una de sus cifras, recibe dos nombres de conjunto que representan su suma y su producto; cuya ausencia es, precisamente, lo que sujeta al discípulo á una aplicación constante de la vista y del oído; órganos que, el uno por el aspecto y el otro por el sonido, están encargados de enlazar en el entendimiento la idea de los números á la de sus sumas, y la idea de los factores á la de sus productos.

Así que, tan luego como mis discípulos conocen con perfección estos nombres de conjunto por to-

Se autoriza la copia para la investigación.

dos los aspectos de la tabla, la cual no tarda en aprenderse, se hallan ya en estado de practicar con destreza y seguridad las cuatro operaciones de Aritmética: pues, lo repito; por cada una de ellas nos proponemos descubrir parcialmente un número desconocido con la ayuda de dos números conocidos; y por los ejercicios de la tabla se agrupan de tal manera estos tres números en el pensamiento, que el desconocido es instantáneamente indicado por la presencia ó la enunciación de los otros dos.

Para hacer esta asercion mas palpable, vamos á dar algunos pormenores sobre cada regla en particular, antes de entregarnos al estudio de las tablas y operaciones que serán el objeto de la segunda parte de esta obra.

DE LA ADICION.

Ya he dicho que la enunciación de la suma de cada aspecto hiere nuestro oido con un sonido que se renueva cuantas veces se hallan juntas las dos cifras que hirieron nuestra vista; así $\frac{15}{4}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{35}{4}$, como $\frac{5}{4}$, dan al final el sonido 7 en la enunciación de sus sumas 17, 27, 37: $\frac{12}{7}$, $\frac{22}{7}$, $\frac{32}{7}$, como $\frac{2}{7}$, producen el sonido 9 en 19, 29, 39. Otro tanto sucede en todos los demas aspectos de la tabla.

Inútil es decir que los niños comprenden sin fatiga esta semejanza de sonidos y de aspectos al segundo ejercicio, que consiste en hacerles ejecutar sobre cada aspecto una recitación en alta voz, semejante á la que se hace sobre el primero, en es-

tos términos: 3 y 4, 7; 13 y 4, 17; 23 y 4, 27; 33 y 4, 37...; 93 y 4, 97; despues, invirtiendo el órden de las cifras del mismo aspecto, los niños dirán de la misma manera 4 y 3, 7; 14 y 3, 17; 24 y 3, 27; 34 y 3, 37.....; 94 y 3 97.

Adquieren, pues, mis discípulos por medio de la vista, una idea sumamente exacta de los aspectos $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{15}{4}$ ó $\frac{14}{3}$ $\frac{12}{7}$ ó $\frac{17}{2}$; y por el oído ideas no menos infalibles de sus sumas 7, 9, 17, 19..... Estas ideas de tal manera se hacen íntimas é inseparables, que la concepcion de las sumas ó nombres de conjunto 7, 9, 17, 19,..... se realiza en el mismo momento que se pronuncian ó se miran las cifras que componen los aspectos antedichos. De aquí esa rapidez y esa exactitud extraordinarias que se notan en mis discípulos.

¿Quién, pues, no comprenderá que un niño puede aprender á conocer en algunas semanas, si no en algunos días, las sumas ó nombres de conjunto de los 45 aspectos que componen la tabla preinserta, y que por medio de los ejercicios que le hago practicar sobre estos mismos aspectos aumentados con las decenas, las cuales, además, no cambian en manera alguna el sonido final de sus sumas, este mismo discípulo se hablará á muy poco tiempo en estado de practicar la adición con la rapidez del pensamiento?

Por lo demás, la esperiencia que he adquirido de mi método y los brillantes resultados que con él he obtenido, protestarán siempre contra toda denegacion á que pudiera dar lugar la malevolencia, la envidia ó la negligencia.

Si un discípulo mio trata de hacer esta adición

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

3
4
9
6
8

no dudará en decir; 3 y 4, 7; la sola pronunciación de $7 + 9$ le hará concebir al momento la idea de 16; y como no conoce menos bien los números de conjunto de $\frac{16}{6}$; de $\frac{22}{8}$, pondrá sin vacilar el total 30. Además, para proceder con mayor rapidez, hará esta adición sin pronunciar las cifras de otra suerte que por sus sumas; es decir, en estos términos: 7, 16, 22, 30.

DE LA SUSTRACCION.

Por la sustracción se busca la diferencia de dos números de los cuales el uno es la suma del otro y de la diferencia que se busca. Luego que mis discípulos, por el estudio de la tabla que precede, han llegado á agrupar de una manera inseparable en su entendimiento dos números, cualesquiera, de unidades simples y su suma, encontrarán uno de aquellos dos números con igual facilidad que esta suma. Si les preguntais, por ejemplo, qué diferencia hay de 3 á 7, es lo mismo que si les preguntaseis cual es la cifra que unida á 3 forma el grupo llamado 7; y de seguro no dudarán mas para responder que 4 es la diferencia de 3 á 7, que dudarían para deciros lo que falta de un cuchillo al que se le hubiese quitado la hoja ó el mango.

Para ellos la sustraccion y la adiccion se hacen por un solo y único trabajo que consiste, así en una como en otra operacion, en hallar uno de tres números que nunca se separan y de los cuales se ofrecen dos á la vista ó se pronuncian mentalmente, que para el caso es igual.

Mis discípulos ejecutarán así mismo la sustraccion bajo esta forma de adiccion. Por ejemplo: debiendo hallar la diferencia de los números

9.514

3.492

dirán, comenzando por la cifra inferior de la derecha: 2 y 2, que pongo, 4; 9 y 2=11, 5 (comprendiendo en él la retenida que no se pronuncia) y 0 = 5; 3 y 6, que pongo, =9.

Fácilmente se concibe que esta operacion no exige mas que el tiempo necesario para poner las cifras; pues que para mis discípulos, las ideas de 2+2, de 9+2, &c. son inseparables de las ideas de 4 y de 11.

DE LA MULTIPLICACION.

Ya he dicho que la tabla puesta anteriormente contiene los elementos todos de las cuatro operaciones de la aritmética: aplicada á la multiplicacion presenta efectivamente cuantos factores parciales son posibles; pues que en ellos cada una de las nueve cifras se encuentra unida á ella misma y á cada una de las otras ocho.

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

Habiéndose, pues, hecho familiares al discípulo por la continuacion de los ejercicios precedentes, todos los aspectos de la tabla, no se trata ya sino de herir su oido con el sonido que resulta de la enunciacion del producto ó nombre de conjunto de cada aspecto á fin de establecer en su entendimiento, como se hizo para la adiccion, una especie de vínculo indivisible de los factores y del producto; de tal modo, que en muy poco tiempo pueda decir el discípulo todos los productos á la simple vista ó enunciacion de los factores: y como se halla en estado de agregar sin fatiga á cada producto parcial la retencion hecha en el producto precedente, se le hará luego, sumamente fácil la multiplicacion.

La ausencia de los productos y el desórden en que estan clasificados los factores, destruyendo la rutina, de la misma manera que en los ejercicios de la adiccion, sujetan el ojo y el oido á una atencion detenida, y reducen la memoria al simple papel de depositario de los resultados del trabajo de aquellos órganos. De ello resulta tambien para el discípulo, una sobreescitacion de curiosidad y amor propio que sostiene su celo y le proporciona los goces inseparables del buen éxito; circunstancias que no carecen de influencia sobre los felices resultados del método.

Que mi discípulo tenga que hacer esta multiplicacion:

$$\begin{array}{r} 468 \\ 69 \\ \hline 4212 \\ 2808 \\ \hline 32292 \end{array}$$

Como reconoce perfectamente á la simple vista cada union de factores, dirá fácilmente su nombre de conjunto ó producto, y hará la multiplicacion anterior en estos términos: 72 y (despues de poner 2), llevo 7; 54, 61 (pondrá 1), llevo 6, 36, 42 que pongo. Despues pasando á las decenas del multiplicador, pronunciará 48 (pondrá 8), y llevo 4; 36, 40 (pondrá 0), llevo 4; 24, 28 que pongo.

DE LA DIVISION.

La división se compone de tres partes enteramente semejantes á las de la multiplicacion: es decir, que el dividendo no es otra cosa que un producto; el divisor un factor, y el cuociente otro factor del producto. Hallándose estas tres partes íntimamente enlazadas en el entendimiento de mi discípulo, no podría este ver ú oír pronunciar dos de aquellas partes, sin que al instante se le revelase la tercera. De manera que la investigacion de cada cuociente parcial le es en extremo fácil; y como lo demas de la division no es ya otra cosa que una continuacion de multiplicaciones y sustracciones, no puede darle ningun cuidado. La sola dificultad de la division consiste, pues, para él, en la apreciacion de la influen-

cia que pueda ejercer cada cifra del divisor sobre la cifra precedente. en razon de las decenas que hay que llevar de un producto parcial sobre otro. A continuacion se verán algunos ejercicios que allanan completamente esta dificultad.

Las esplicaciones de esta primera parte bastarán seguramente para hacer comprender á muchos lectores el espíritu de mi método: mas como esta obra se ha de hallar algun dia en una infinidad de manos mas ó menos hábiles, mas ó menos inteligentes, vamos á entrar en detalles mas minuciosos y, sobre todo, mas prácticos, á fin de que todos los que sepan leer y escribir números, se hallen en estado de ser sus propios maestros y los de sus hijos.

BND



BND

Se autoriza la copia para la investigación.
© Gobierno de Navarra

SEGUNDA PARTE.

APLICACION.

CONDICION PARA EL BUEN EXITO.

No pasemos nunca de una línea, de una tabla, de una lección, de una operación cualquiera á otra, sino despues de una perfecta ejecución de cada ejercicio.

CAPÍTULO PRIMERO.

Numeracion práctica ó lectura de los números.

Ya he dicho antes que ninguna teoría de la Aritmética entra en el plan de mi método, y que su único objeto es el de llenar un vacío en la enseñanza, bajo el punto de vista de la práctica y de la destreza. Ni aun me ocuparia de la numeracion, sino fuese necesario saber leer los números para seguir con buen éxito mis ejercicios de cálculo.

Por otra parte, cuando mis discípulos saben calcular con destreza, se les hace tan fácil la apreciacion de los números, que pueden en muy poco tiem-

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

po aprender toda la teoría de la numeracion, cuya parte esencial han aprendido por la práctica. Dejo por consiguiente á los tratados de Aritmética el cuidado de darles mayores conocimientos teóricos, si de ello hay necesidad. Con todo, á los maestros que adopten mi método les prevengo terminantemente que no enseñen ninguna teoría á sus discípulos, antes de haberles hecho seguir todos mis ejercicios, que por lo demas, y sobre todo en las adiciones, les dan conocimientos tan estensos, como es posible, sobre la composicion y descomposicion de los números. Si, pues, los discípulos supieren leer los números hasta las centenas inclusive, no habria que entretenerse en esta numeracion y se pasaria desde luego á los ejercicios de mi método, que no comienzan hasta el capítulo 2.º En el caso contrario, se les enseñaría esta lectura segun el espíritu de este método; es decir, subordinando la accion de la memoria á la del ojo que, no me cansaré de repetirlo, es el principal motor del cálculo.

Con esta mira he compuesto diferentes tablas que, trastornando la rutina, exigen del ojo una atencion tanto mas sostenida cuanto que los números no se presentan en ellas siguiendo el orden en que los niños aprenden á contar. (Véase la tabla número 1.º)

PRIMER EJERCICIO.

Siendo siempre poco numerosos en una escuela los discípulos á quienes es necesario enseñarles esta

especie de numeracion, se empleará la enseñanza individual para el estudio de las 4 tablas primeras. Coloco estos discípulos delante de un encerado negro sobre el cual he escrito con greda en gruesos caracteres las cifras de la 1.^a línea de la tabla número 1. Les señalo con una varita la primera de estas cifras y les digo que se llama 4; cada uno de ellos, alternativamente, repite este nombre: les señalo de la misma manera la 2.^a y se la nombro tambien. Les hago repetir á todos estas dos cifras; despues de lo cual señalo y nombro la 3.^a; hago que uno de ellos repita las tres, comenzando de derecha á izquierda, y que otro lo verifique de izquierda á derecha; procedo de la misma manera con las siguientes, hasta que por las preguntas hechas sobre los nombres de las cifras intermedias; adquiero la certeza de que todos los discípulos las conocen, no de memoria, sino por sus formas; y les enseño en seguida á escribir estas cifras sobre el encerado, dictándoles yo con ellas toda clase de combinaciones. Escribo la 2.^a línea debajo de la 1.^a, como en la tabla número 1, y esplico como 4, acompañado de una cifra cualquiera á su derecha, vale 4 decenas; es decir 4 veces 10 ó 40; de la misma manera que 9 vale 9 decenas, 9 veces 10 ó 90 &.^a Hago recitar estas dos primeras líneas á cada uno de mis discípulos, en estos términos: 4 son 40, 9 son 90, 2 son 20... 3 son 30. Si el discípulo, duda lo repito yo en su lugar y le hago comenzar otra vez.

Para el estudio de todas mis tablas en general, despues que he señalado y nombrado al discípulo un número ó un aspecto, el quinto, por ejemplo,

retrocedo al primero; de éste paso al quinto y de allí al décimo para volver otra vez al quinto que hago repetir siempre, despues de cada uno de los precedentes; de manera que al llegar al último, sepa perfectamente toda la línea entera, evitando siempre la rutina y el aprender de memoria.

Despues de asegurarme que mis discípulos conocen bien el valor de cada uno de los números de las dos primeras líneas, transcribo las otras 9 columnas de la tabla, y hago observar que si 4 acompañado de una cifra á su derecha, vale 40, 40 y 7, que componen el primer aspecto de la tercera línea, valen 47; que 40 y 2 colocado debajo, valen 42; y así sucesivamente bajando la línea vertical.

Si no se practica este último ejercicio hasta despues de haberse convencido que los discípulos conocen perfectamente las dos primeras líneas, se conseguirá que se aprendan al instante las líneas verticales, esceptuando únicamente la séptima compuesta de 1, 10, 14, 18, &.^a, que exigirá un ejercicio algo mas largo en razon á los números 14, 13, 16, 15, 12 y 11, cuyo sonido final no resulta, como para los otros, de la pronunciacion de la cifra que acompaña cada decena: como $10 + 8 = 18$. Bien entendido, que así para esta columna como para las otras, los números se deberán descomponer; es decir, que el discípulo se habrá de ejercitar en decir; 10 y 4 son 14; 10 y 8 son 18; 10 y 3 son 13; &.^a Este ejercicio practicado en esta misma forma sobre todos los números de la tabla, influirá además en cierto modo sobre los estudios relativos á la adiccion. En seguida se harán leer los números de

cada línea horizontal.

Mientras que los discípulos no puedan decir todos los números de la tabla tomados al acaso, se continuarán estos ejercicios de la misma manera: después nos ceñiremos á hacerles decir las sumas, como 47, 63, &.^a y á hacerles escribir estos mismos números con algunas inversiones ó transposiciones.

Los discípulos que he tomado á mi cargo, no conociendo ni una sola cifra, han aprendido todos á leer estos números en siete ú ocho lecciones; pues el conocimiento de las dos primeras líneas hace súmamente fácil la inteligencia de las otras.

SEGUNDO EJERCICIO.

Para pasar de esta numeracion simple á la de las centenas, con la que pueden leerse todos los números imaginables, divididos en casillas de tres cifras, formo una nueva tabla conforme con los principios y las miras de la precedente. (Véase la tabla número 2.)

El estudio de esta tabla es idénticamente el mismo que el de la tabla número 1; pues [les esplico que si 4 se convierte en 4 decenas ó 40, cuando lleva una cifra á su derecha, del mismo modo se convierte en 40 decenas, ó 4 centenas ó 400, cuando va acompañado de dos cifras. Ejercito á los discípulos en decir las tres primeras líneas de este modo: 4 son 4 decenas ó 40; son 40 decenas ó 4 centenas ó 400; 9 son 9 decenas ó 90; son 9 centenas ó 900 &.^a; y les mando recitar así las otras líneas verticales, haciéndoles observar, que las dos

cifras de la derecha tienen los mismos aspectos y los mismos valores que en la tabla primera. De este mismo modo se harán leer las líneas horizontales. Los discípulos deben escribir igualmente estas centenas que les habrá de dictar el maestro.

Este ejercicio tiene la ventaja de recordar los conocimientos adquiridos en la primer tabla cuya repetición puede suspenderse desde luego.

Solo después que todos los discípulos sepan leer sin vacilar las tablas primera y segunda, se enseñará á contar desde 1 á 100 en la tabla número 3, á aquellos que no lo supieren.

No necesita de muchas esplicaciones esta tabla: los discípulos leerán su primer línea vertical hasta que puedan recitarla sin mirar, es decir, de memoria; lo que no tardarán en conseguir, puesto que conocen perfectamente los números en sus formas y en sus significaciones. Después de esta línea se les hará leer y enseguida recitar de memoria la primer línea horizontal, comenzando por 10, 11, 12, &c.^a; y así sucesivamente las demás líneas horizontales.

Esta es la sola tabla que debe aprenderse de memoria: y aun esto no es mas que para auxiliar el órgano de la vista.

Tan pronto como los discípulos puedan contar de 1 á 100, se les harán leer y recitar todas las líneas verticales, á fin de que en la adición no se equivoquen sobre el orden progresivo de las decenas:

10, 20, 30, 40,.....90.

11, 21, 31, 41,.....91.

Cuando los discípulos sepan contar y leer los números hasta centenas inclusive, se les pasará á la lectura de la cuarta tabla y se les hará conocer que en cada columna, los números se leen separadamente, sin consideracion á los que se hallen en las otras columnas; y que solo despues de la enunciacion de los números escritos en una columna, es cuando se debe decir el nombre de esta columna; de manera, que el primer renglon se espresará en estos términos: trescientas cuatro unidades: el segundo: tres mil y ocho unidades. Como los ceros puestos á la izquierda de una cifra cualquiera no sirven mas que para señalar á las cifras precedentes el lugar que les corresponde, no tienen ninguna clase de valor y deben pasarse en silencio.

Los discípulos se ejercitarán de cuando en cuando en esta numeracion práctica, hasta tanto que se hallen en estado de leer todos los resultados de las operaciones que tendrán que ejecutar segun los ejercicios del método. Por lo demas, el maestro cuidará de dictarles algunos números sobre un encerado, á fin de asegurarse que han retenido el orden y los nombres de las columnas de la tabla número 4, susceptible tambien de infinitas combinaciones

CAPÍTULO SEGUNDO.

Adición de dos números simples.

PRIMER EJERCICIO DEL MÉTODO.

(Véase la tabla número 3.)

ENSEÑANZA INDIVIDUAL CON MAESTRO Ó SIN ÉL

Luego que el discípulo, de cualquier edad que sea, sabe leer y escribir los números desde 1 hasta 100, le pongo delante de un pequeño encerado negro sobre el que he copiado con greda la tabla núm. 5 incluidas las sumas marginales sin los productos. Le enseño el primer aspecto $\frac{3}{4}$, del cual le mando decir tres ó cuatro veces de seguida en alta voz y con viveza los números y la suma en estos términos: 3 y 4, 7. Luego que creo que su ojo y su oído están suficientemente impresionados por el aspecto y el sonido que resulta de la union de estas dos cifras, le hago borrar la cifra 7, y le mando recitar de la misma manera los dos aspectos siguientes; ejemplo: 2 y 7, 9; 3 y 4, 7: en seguida repetirá estos tres aspectos y borrará la cifra 9. Se le harán decir los tres aspectos $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{4}$; se repetirán los seis aspectos aprendidos y luego se borrará la cifra 6.

Las siguientes líneas se enseñarán del mismo modo que acaba de explicarse. Desde la línea que

contiene cuatro aspectos adelante, se podrán dejar de repetir las líneas anteriores; pero habrá necesidad de recitar tres ó cuatro veces de izquierda á derecha y de derecha á izquierda todos los aspectos de una línea, antes de borrar la suma marginal del primer aspecto de esta misma línea.

Si el discípulo experimentase la menor vacilacion en nombrar un aspecto cuya suma se hubiere borrado, lo cual, ademas, no puede suceder si no se deja una línea hasta despues de muchas repeticiones, convendría volver á escribir esta suma en el encerado y repetir las líneas anteriores, partiendo desde la que comienza con el aspecto en que hubiere vacilado.

La línea recapitulativa se dirá en estos términos: 3 y 4, 7; 4 y 3, 7; sobre el primer aspecto; 2 y 7, 9; 7 y 2, 9; sobre el segundo &c.

En cuanto á la última línea se hará observar al discípulo que los aspectos son los mismos que los precedentes, colocados en orden inverso; y que sus sumas son por consiguiente idénticas. Deben, pues, hacersele decir como los otros.

Insisto siempre en que los números y las sumas de todas las tablas se pronuncien en alta voz y con vivacidad.

De este mismo modo se estudiarán las otras cuatro partes de la tabla. Las líneas recapitulativas y repetidas no se abandonarán hasta que el discípulo diga todas las sumas sin vacilar.

Por lo dicho se vé que estos ejercicios pueden practicarse sin el auxilio del maestro, cuya presencia no tendrá otro objeto que escitar el celo y la

vivacidad en la recitación del discípulo; de donde se sigue, que cualquiera que tenga uso de razón puede practicar estos ejercicios sin aquel auxilio.

SEGUNDO EJERCICIO.

(Véase la tabla número 6.)

Esta tabla, que es la base ó principio de las precedentes, es así mismo su recapitulacion. Si aquellas han sido convenientemente estudiadas, el segundo ejercicio no debe, en manera alguna, arredrar al discípulo. Aun cuando este se halle por los ejercicios anteriores en estado de decir todos los números de la tabla núm. 6, no deberá por eso sujetarsele ménos á las recitaciones para las que se hizo esta tabla; es decir, como ejercicio de la vista.

Estas recitaciones son de tres clases y se harán en los términos siguientes:

Primero; 3 y 4, 7; 2 y 7, 9; 2 y 4, 6; y así sucesivamente.

Segundo; 3, 7, sobre el primer aspecto 2, 9, sobre el segundo; 2, 6, sobre el tercero &c.

Tercero; en fin, no pronunciandose mas que las sumas 7, 9, 6, &c.

Siendo esta tabla la base de todas las demas, nunca podrá el discípulo dedicarse demasiado á su estudio. El tiempo así invertido le será ventajosamente compensado por la facilidad con que aprenderá las tablas siguientes.

No deberá, pues, abandonarse hasta que se pueda recitar de corrido y sin equivocarse. Esta reci-

tacion es de necesidad, tambien, para aquellos que sabiendo ya calcular, deséen adquirir mayor destreza y espedicion.

CAPÍTULO TERCERO.

Adición de un número compuesto y un número simple.

TERCER EJERCICIO.

7.ª Tabla en cinco partes.

Esta tabla es absolutamente la misma que la sexta, aumentada con las decenas. Los ejercicios á que dará lugar, se efectuarán al principio por línea vertical en estos términos:

Primera línea; 3 y 4, 7; 13 y 4, 17; 23 y 4, 27; 93 y 4, 97.

Segunda línea; 2 y 7, 9; 12 y 7, 19; 22 y 7, 29.....; 92 y 7, 99. Del mismo modo se procederá en todas las líneas de las cinco partes de esta tabla.

Aunque el discípulo debe hacer este ejercicio sin vacilar desde la primera leccion, sin embargo, convendrá que se dedique á él diariamente, hasta que consiga leer sin detenerse todos los aspectos de la tabla, por línea horizontal. En ello se tendrá que ejercitar desde el dia siguiente de esta leccion y en los mismos términos antedichos; es decir, que luego que haya dicho verticalmente todas las líneas de

la primera parte, las dirá horizontalmente ántes de pasar á la segunda que, como las siguientes, será recitada del mismo modo. Por lo explicado se concibe que un discípulo inteligente puede estudiar ésta tabla sin maestro; pero que debe sin embargo recitarla con frecuencia á fin de ejercitar el ojo y el oído.

Para que el discípulo pueda hacer esta recitación horizontal sin ayuda del maestro, bastará que este le mande echar desde luego una rápida mirada sobre las unidades de cada aspecto en razón del sonido final de su suma; por ejemplo: se le hará observar que las unidades del aspecto $\frac{15}{4}$, son las mismas que las del aspecto simple correspondiente á la primera línea, $\frac{3}{4}$; que así la suma del uno como la del otro, producen el sonido de 7; que el primero solo contiene una decena que se pronuncia separadamente; y que de este modo si $\frac{3}{4}$ hacen 7, $\frac{15}{4}$ hacen 17.

Insistiré tanto mas sobre la utilidad de recitar las líneas verticales, cuanto que esta recitación no tiene otro objeto que el familiarizar el oído con los sonidos que resultan de la pronunciación de los números y de la suma de cada aspecto, y enlazar por consiguiente de una manera inseparable en el entendimiento estos números y su suma.

No se ha de perder de vista un instante que el ojo debe grabar en el entendimiento las formas de los números presentes; y que el oído debe recordarle por medio del sonido las formas de los números ausentes en términos de ponernos en estado de operar con seguridad y ligereza: ese es precisamente

el espíritu del método y la causa de su infalibilidad.

Encargo también, muy espresamente, que no se pase de una parte á otra de esta tabla, sino cuando el discípulo practique sus ejercicios sin error y sin vacilacion.

Luego que el discípulo se halle suficientemente seguro, se le harán abreviar estos ejercicios de dos modos, como en la tabla núm. 6. Primeramente, en lugar de decir 3 y 4, 7; 13 y 4, 17; se concretará á decir 3, 7; 13, 17; y luego acabará por no espresar mas que la suma de cada aspecto; 7, 17, &c. Estas abreviaciones no podrán tener lugar en la recitacion de las líneas horizontales.

No habiendo hallado lugar en la quinta y sesta tabla las decenas sin unidad, se hallan introducidas en la séptima, asociadas de las unidades de primer orden. Los ejercicios que sobre estos nuevos aspectos se han de practicar, no presentarán ninguna dificultad, si se recuerdan y renuevan los de la tabla primera.

EJEMPLO.

14, 18, 13, 16, 19, 15, 17, 12, 11. Señalandole al discípulo estos números se le hará decir muchas veces: 10 y 4, son 14; 10 y 8, son 18; 10 y 3, son 13; &c. : así que él pueda hacer esta recitacion sin vacilar, se le mandará hacer otra semejante en los mismos términos, sobre los aspectos siguientes:
 $\begin{matrix} 10 & 40 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 0 & 10 \\ 4, & 8, & 5, & 6, & 9, & 5, & 7, & 2, & 1 \end{matrix}$; se hará bien en ejercitarle en esta forma y alternativamente sobre estas dos líneas, volviendo á repasarlas cuantas veces se conozca que hay necesidad de ello.

En este estado no debe faltarle mucho para aprender las sumas de los aspectos $\frac{20}{9}$, $\frac{30}{4}$, &c. atendido á que basta para esto, pronunciar separadamente los números de cada aspecto. No obstante serán igualmente el objeto de un ejercicio para los aspectos y los sonidos.

CUARTO EJERCICIO.

(N.º Tabla en cuatro partes.)

Siendo aplicables al ejercicio cuarto las observaciones relativas al tercero, no podemos ménos de remitir allá al lector.

Desde este momento, si no se han apresurado demasiado en hacerle pasar de una leccion á otra y si se ha hecho de modo que no pueda aprender nada de memoria, el discípulo debe haber adquirido la idéa de todos los aspectos por medio de la vista, y por medio del oido la de todos los sonidos que produce la enunciacion de sus sumas. Hallase pues ya convenientemente preparado para comenzar con fruto el estudio de la adición.

ENSEÑANZA MUTUA.

Antes de pasar á la adición de mas de dos números, vamos á dar á conocer, con respecto á las lecciones que acaban de esplicarse sobre la tabla número 6, de qué manera procedemos nosotros mismos con un gran número de discípulos para la enseñanza mutua.

Colocamos sobre la pared ó en el centro del salon de la escuela un encerado negro de un metro de alto, poco mas ó menos, sobre setenta centímetros de ancho, y distribuimos por la circunferencia del salon, á distancias iguales nueve enceraditos de menores dimensiones.

PRIMERA LECCION.

Sobre cada uno de estos pequeños encerados se escriben con greda tres aspectos solamente de la primer línea de la tabla número 6.

EJEMPLO.

1. ^{er} Encerado.	2. ^o	3. ^o	4. ^o	5. ^o
3 2 2	3 2 2	3 2 2	3 2 2	2 4 3
4 7 4	6 5 3	4 7 4	6 5 3	6 5 5
6. ^o	7. ^o	8. ^o	9. ^o	
3 2 2	2 4 3	3 2 2	2 4 3	
4 7 4	6 5 5	6 5 3	6 5 5	

Y en el encerado grande, que ocupa el centro de los otros, escribimos, sin repetirlos, todos los aspectos precedentes.

3 2 2	3 2 2	2 4 3
4 7 4	6 5 3	6 5 5

Colocamos un discípulo, cualquiera, delante de cada uno de los nueve encerados pequeños; le enseñamos, repitiéndoselos tres ó cuatro veces, los nú-

meros y las sumas de los tres aspectos espuestos á su vista, y no le dejamos hasta habernos asegurado que conoce estas sumas bastante bien para no olvidarlas; al ménos mientras ejerza el cargo de monitor.

Tomadas estas primeras disposiciones para los nueve monitores, se distribuyen en frente de los nueve encerados todos los demas discípulos: decimos todos los discípulos; aun aquellos que por el antiguo método conociesen ya las sumas de todos los aspectos de la tabla: pues de otro modo se verian bien pronto aventajados en lijereza y exactitud por los que están menos instruidos.

Despues, el maestro, provisto de una varita, como cada uno de los monitores, destinada á señalar á los discípulos los aspectos cuyas sumas se les quieran enseñar, se coloca al lado del encerado del centro. Cada monitor pregunta individual y alternativamente á los discípulos de su círculo en estos términos: el primer monitor al primer discípulo de la derecha, con mucha viveza: 3 y 4? Si el discípulo no sabe la suma de este aspecto, el monitor, sin darle tiempo de reflexionar, responde en su lugar y en alta voz, 7; y repite su pregunta sobre el mismo aspecto: al segundo discípulo le pregunta 2 y 7? y procede como para el aspecto precedente: lo mismo hace con el tercer aspecto y el tercer discípulo. Repite la primera pregunta al cuarto discípulo y así sucesivamente. Despues de dos ó tres vueltas hace ya preguntas sobre los tres aspectos á cada uno de los discípulos.

Este ejercicio, aplicable á los otros círculos, se

hace siempre en alta voz y con la mayor viveza posible.

Un monitor general recorre todos los círculos, á fin de asegurar la buena ejecucion de los ejercicios. de recordar á los monitores particulares las sumas que hubieren podido olvidar y mantener el órden y armonía en las operaciones de que vá á tratarse.

Luego que el monitor general se ha convencido de que todos los discípulos conocen bien las sumas de los tres aspectos de cada encerado, avisa de ello al maestro, quien por una señal convenida de antemano advierte á los discípulos que ván á cambiar de encerado.

Al efecto, los discípulos de cada círculo hacen simultáneamente y con el menor ruido posible, media vuelta á la izquierda; y á la segunda señal del maestro dejan su encerado respectivo para ir á ocupar el inmediato, ménos el último discípulo de cada círculo que se queda en su encerado para reemplazar al monitor que marchó con los demás, y operar con los nuevamente llegados en la forma que lo hizo su predecesor. Éste mismo será á su vez reemplazado por el último de los recién llegados, éste por otro y así sucesivamente.

De esta primer mudanza resulta, que el encerado grande ó del maestro, se halla ocupado por los discípulos del círculo inmediato, á los cuales el maestro, como los monitores, pregunta sobre el valor de los tres primeros aspectos de su encerado.

El movimiento ántes indicado se continúa mientras dura la leccion; y luego que el maestro observa que todos los discípulos, á quienes detendrá al

paso, responden sin error y sin vacilar á sus preguntas sobre los tres primeros aspectos, añade á ellos otros tres y acaba por hacer recitar los nueve. De este modo, conoce si las lecciones de los monitores han sido provechosas y bien dirigidas.

Los números escritos en los diferentes encerados se quedan en ellos hasta el dia siguiente; y no se reemplazan por otros, sino despues que los discípulos han repetido sin falta todas las sumas.

LECCION SEGUNDA.

En este caso los nueve aspectos de la tabla número 6 se reparten en los encerados pequeños, despues de haber borrado de ellos los de la leccion anterior, en esta forma:

1. ^{er} Encerado.	2. ^o	3. ^o	4. ^o	5. ^o
7 6 3	8 3 7	7 6 3	8 3 7	5 6 4
8 8 7	9 8 9	8 8 7	9 8 9	6 9 6
6. ^o	7. ^o	8. ^o	9. ^o	
7 6 3	5 6 4	8 3 7	5 6 4	
8 8 7	6 9 6	9 8 9	6 9 6	

Debajo de la primer línea del encerado del maestro se escribe lo siguiente:

3 2 2	3 2 2	2 4 3
4 7 4	6 5 3	6 5 5
7 6 3	8 3 7	5 6 4
8 8 7	9 8 9	6 9 6

Mientras los discípulos están aprendiendo esta

segunda línea de aspectos, se repite la primera, solo para no olvidarla.

Cada discípulo dice tres aspectos de seguida, sin que el maestro tenga que preguntárselos; ejemplo; 3 y 4, 7; 2 y 7, 9; 2 y 4, 6: el segundo discípulo dice los tres siguientes de la misma manera; y el maestro cuida muy particularmente de que un discípulo no diga dos veces seguidas los tres mismos aspectos.

La segunda línea no se recita mas que al fin de la lección, á título de comprobar los progresos obtenidos, salvo el repasarla al día siguiente, como se practicó con la primera.

Luego que esta primer línea está bien sabida por todos los discípulos, se borran sus nueve aspectos del encerado grande y se reparten en los pequeños, cada uno de los cuales tiene, desde entónces, para la tercera lección tres aspectos nuevos, mas uno de la primer línea colocado encima de los otros.

EJEMPLOS.

LECCION TERCERA.

1.º encerado.	2.º	3.º	4.º	5.º
3	2	2	3	2
4	7	4	6	5
2 2 4	5 4 5	2 2 4	5 4 5	6 3 5
9 8 9	8 8 9	9 8 9	8 8 9	7 9 7
6.º	7.º	8.º	9.º	
2	2	4	3	
3	6	5	5	
2 2 4	6 3 5	5 4 5	6 3 5	
9 8 9	7 9 7	8 8 9	7 9 7	

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

Los cuatro aspectos de cada encerado se recitan como anteriormente: al encerado del maestro se añade la tercera línea de la la tabla número 6 y presenta las dos siguientes.

7 6 3	8 3 7	5 6 4
8 8 7	9 8 9	6 9 6
2 2 4	5 4 5	6 3 5
9 8 9	8 8 9	7 9 7

Esta misma marcha se sigue para las demas lecciones; es decir, que cada línea de la tabla número 6 reemplaza la que se ha borrado del encerado del maestro, y despues se escribe la que ha de quedar para la leccion del dia; no debiendo recitarse la última sino al acabarse la leccion.

LECCION CUARTA.

Para esta leccion cada encerado pequeño presenta cinco aspectos, á saber:

1. ^{er} Encerado.	2. ^o	3. ^o	4. ^o	5. ^o
3 7	2 6	2 3	3 8	2 3
4 8	7 8	4 7	6 9	5 8
4 1 1	1 1 1	4 1 1	1 1 1	1 1 1
7 8 2	5 9 3	7 8 2	5 9 3	6 4 7

6. ^o	7. ^o	8. ^o	9. ^o
2 7	2 5	4 6	3 4
3 9	6 6	5 9	5 6
4 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
7 8 2	6 4 7	5 9 3	6 4 7

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

Encerado del Maestro.

2 2 4	5 4 5	6 3 5
9 8 9	8 8 9	7 9 7
4 1 1	1 1 1	1 1 1
7 8 2	5 9 3	6 4 7

LECCION QUINTA.

Encerados pequeños.

1. ^{er} Encerado.	2. ^o	3. ^o	4. ^o	5. ^o
3 7 2	2 6 2	2 3 4	3 8 5	2 3 4
4 8 9	7 8 8	4 7 9	6 9 8	5 8 8
3 7 5	2 8 4	3 7 5	2 8 4	6 9 1
3 7 5	2 8 4	3 7 5	2 8 4	6 9 1
6. ^o	7. ^o	8. ^o	9. ^o	
2 7 5	2 5 6	4 6 3	3 4 5	
3 9 9	6 6 7	5 9 9	5 6 7	
3 7 5	6 9 1	2 8 4	6 9 1	
3 7 5	6 9 1	2 8 4	6 9 1	

Encerado del Maestro.

4 1 1	1 1 1	1 1 1
7 8 2	5 9 3	6 4 7
3 7 5	2 8 4	6 9 1
3 7 5	2 8 4	6 9 1

LECCION SESTA.

Aquí se hará observar á los discípulos que los

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

los ocho primeros encerados son los mismos que los de la primera línea, de los cuales solo se diferencian por la inversion de las cifras, y que sus sumas por consiguiente, son tambien iguales: pues que en efecto; si 3 y 4 hacen 7; 4 y 3, hacen igualmente 7: &c. Hecha esta esplicacion, cada discípulo recitará las dos líneas como en las lecciones anteriores.

Encerados pequeños.

1. ^{er} encerado.	2. ^o	3. ^o	4.
3 2 2 3	2 2 2 4	3 7 6 3	8 3 7 5
4 7 4 6	5 3 6 5	5 8 8 7	9 8 9 6
4 7 4 6	5 3 6 5	5 8 8 7	9 8 9 6
3 2 2 3	2 2 2 4	3 7 6 2	8 3 7 5
5. ^o	6. ^o	7. ^o	
6 4 2 2 4	5 4 5 6 3	5 4 1 1 1	
9 6 9 8 9	8 8 9 7 9	7 7 8 2 5	
9 6 9 8 9	8 8 9 7 9	7 7 8 2 5	
6 4 2 2 4	5 4 5 6 3	5 4 1 1 1	
8. ^o	9. ^o		
1 1 1 1 1	3 7 5	2 8 4	6 9 1
9 3 6 4 7	3 7 5	2 8 4	6 9 1
9 3 6 4 7			
1 1 1 1 1			

Presentando estos nueve encerados todos los aspectos posibles, se hace ya inútil el encerado del maestro.

Se recitará desde luego, como las otras, la línea única del encerado noveno, y dará lugar desde la misma lección á los siguientes ejercicios que tienen por objeto preparar á los discípulos para la multiplicación y división, y darles así mismo la más cabal idea de la composición y descomposición de los números múltiples.

Estos ejercicios consisten en hacer decir á los discípulos, primero: dos 3, ó 2 veces 3, ó 3 repetidos 2 veces son 6; segundo: dos 7, ó 2 veces 7, ó 7 repetidos 2 veces son 14; tercero: dos 5, ó 2 veces 5, ó 5 repetidos dos veces son 10; &.^a En caso que el discípulo manifiestare la menor vacilación en decir un producto cualquiera, de 2 veces 3 por ejemplo, se le mandará sumar el primer aspecto haciéndole notar que 3 y 3, ó 2 veces 3, ó 3 repetidos 2 veces, es todo una misma cosa; y que como suma ó como producto tres dan 6. Ultimamente se le preguntará cuantos 3, ó cuantas veces 3 hay en 6; en 14 cuantos 7, ó cuantas veces 7, &.^a

Creo deber recordar al maestro, que nunca, en el curso de estos ejercicios, debe escribir sumas ó productos; so pena de contravenir en caso contrario al espíritu del método y de destruir sus efectos; debiendo el discípulo por sí solo componer en su pensamiento las sumas y los productos con la ayuda que constantemente le presta el trabajo de la vista y del oído.

Tablas 7.^a y 8.^a de la colección.

Es de tal manera fácil el estudio de estas dos tablas,

Se autoriza la copia para la investigación. ⁴

© Gobierno de Navarra

que ércemos podernos atener á las esplicaciones que hemos dado en el título de la enseñanza individual.

Para la enseñanza mutua nos limitaremos á copiar cada dia en los nueve encerados pequeños tres ó cuatro líneas de cada una de las nueve partes de las dos tablas 7.^a y 8.^a

La direccion de estos ejercicios se encarga, bajo la vigilancia del maestro y del monitor general, á nueve monitores elejidos de entre los discípulos que en las lecciones anteriores han dado pruebas de mayor inteligencia.

Los discípulos no dejan un círculo para pasar á otro, sino cuando pueden recitar sin errar y en todos sentidos todos los aspectos escritos: no se hará la repetición en el encerado del maestro, y este velará para que los cambios de círculos no se verifiquen antes de tiempo.

Si los ejercicios que preceden han sido ejecutados conforme á nuestras instrucciones, ó los discípulos han llegado al punto de decir sin vacilación las sumas de los aspectos de todas las partes de las tablas números 7 y 8, el éxito, respecto al estudio de las adiciones que van á seguir, está asegurado. Solo, pues, con esta condición se podrán suspender ó dejarse aquellos ejercicios.

ENSEÑANZA MIXTA.

A mas de la enseñanza mutua, que tan buenos resultados nos ha dado, hemos empleado un sistema mixto que todavía preferimos; porque ocasiona

menos alboroto, menos pérdida de tiempo, y permite, por lo tanto, hacer mucha mas labor y muchos mas progresos en lo que respecta á la adición, sustracción y ejercicios preparatorios para la multiplicación.

Este sistema consiste en entregar á cada discípulo la coleccion de nuestras tablas y colocar entre dos ó cuatro discípulos mendiaos un monitor bastante inteligente para comprender el espíritu del método, y hacer seguir sus ejercicios, en concurrencia con él mismo, á aquellos dos ó cuatro discípulos.

De este modo, los discípulos permanecen en sus puestos, y el encerado de la leccion del dia espuesto á su vista; las lecciones se siguen sin interrupcion, y los progresos son tanto mayores, cuanto que el número de niños asociados es mucho menor que el de los admitidos en los círculos de la enseñanza mutua. Por lo demas, los ejercicios se ejecutan del modo que se indicó al tratarse de la enseñanza individual.

CAPÍTULO CUARTO.

Adición de varios números compuestos.

De las cuatro operaciones de la Aritmética, la adición es seguramente la que presentaba mayor dificultad; y como ella es la base de las otras tres, se seguía de allí que el ánimo de los niños, y aun el

de los mas hábiles prácticos, experimentaba una fatiga perjudicial á los progresos de los unos, y á la salud de todos por poco largas y repetidas que fueran aquellas operaciones.

Ya hemos dicho que este estado de cosas es consecuencia del modo de enseñar el cálculo por la numeracion razonada, en lo tocante á la composicion y descomposicion de los números por la unidad; sistema que pone constantemente en tortura el entendimiento de los niños para traer á la memoria las numerosas combinaciones é inducciones enseñadas en nuestras escuelas. Al estudiar la primera parte de esta obra se nos lleva á hacer este raciocinio:

Si fijo con frecuencia mis miradas sobre un objeto dividido en dos partes, y si, prescindiendo del nombre de cada una de estas partes, doy al objeto un nombre de conjunto, este nombre toma dentro de mi entendimiento una forma que nunca se separa ya de las formas de sus partes. De donde se sigue.

Primero: que la presencia de las partes, aun separadas, despierta instantáneamente en mí la idea del objeto entero.

Segundo: que si una de las partes llega á desaparecer, la presencia de la otra, cuya idea permanece unida á la del conjunto, me descubre al instante, tambien, la forma y el nombre de la parte desaparecida.

Lo repito: que se trate de un cuchillo del que se me muestre la hoja y el mango, aunque separadas; la idea del cuchillo no se hará esperar. Por el contrario, si V. no me enseña mas que la hoja, la idea del cuchillo y la idea de la hoja, íntimamente unidas,

me revelarán al momento la ausencia y el nombre del mango de este cuchillo.

Habiendo adquirido yo estas ideas por un frecuente uso del órgano de la vista, no podrán arrebatármelas la ausencia del objeto de que se trata ni la de una de sus partes: la sola enunciación del nombre de conjunto de este objeto ó de los de sus partes, despertará siempre en mi alma la idea parcial ó la idea general.

De modo, que los ejercicios que acabamos de hacer, han tenido precisamente por objeto el llamar repetidas veces nuestra atención sobre cada uno de los aspectos de las tablas números 6, 7 y 8. Así que, el aspecto $\frac{9}{8}$, por ejemplo, á que he dado el nombre de 17, se me ha hecho de tal modo familiar, que este nombre de conjunto no se halla en mi entendimiento menos materializado que el de un cuchillo; pues todavía tiene sobre aquel la ventaja de tener una forma particular, que aprendí á conocer en los primeros ejercicios.

Siempre, pues, que en la adición se pregunte por estas ideas de conjunto ó de partes, me bastará echar una rápida ojeada sobre las cifras presentes ú oír pronunciar sus nombres para determinar su suma sin trabajo del ánimo, sin investigación y sin fatiga.

En efecto, que tenga yo que hacer esta adición.

8

9

4

6

A primer golpe de vista reconozco en las dos

primeras cifras el aspecto llamado 17: y como este nombre se ha materializado en mi entendimiento, me basta, con la ayuda de la idea que tengo de su forma 17, con colocar mentalmente esta forma encima de 4, para concebir la idea del aspecto ¹7, que aprendí á conocer bajo el nombre de 21: forma nueva que pongo igualmente encima de 6 para obtener este otro aspecto ²1 llamado 27, que pongo como suma de los números propuestos.

De lo dicho resulta muy evidente, que materializando los números y determinando sus valores por sus formas, hacemos de la adición una especie de lectura que tiene por vocales las unidades simples, por consonantes las decenas, y por sílabas la reunion de las vocales, ó unidades simples, á las consonantes, ó decenas, cuyo conjunto recibe un nombre correspondiente á sus sumas; y que nuestro entendimiento no pone sino una parte muy pequeña de trabajo en esta lectura, en la que (si es permitido decirlo así) el ojo y el oído *hacen casi solos todo el gasto*. Practicamos, pues, la adición con tanta lijereza, con tanta seguridad y tanto desembarazo como leeríamos un escrito en nuestra lengua nacional.

La fatiga, la lentitud y el error, no tienen cabida en nuestro método: si subsisten, serán raras excepciones.

Estas aserciones van además á corroborarse por la aplicación de los ejercicios precedentes á las adiciones formuladas y numeradas en la colección de nuestras tablas.

Están de tal modo compuestas estas adiciones, que dentro de sus límites todos los números se ha

llan unidos á cada una de las nueve cifras de las unidades del primer órden, y van ademas clasificadas por series, comprendiendo cada una nueve adiciones compuestas de 3, 4, 5...., hasta diez cifras, en las líneas verticales, y nueve en las horizontales.

La serie primera se compone de todos los aspectos de la tabla número 6, y de una línea complementaria.

La segunda está formada por la primera, aumentada con una cuarta línea.

La tercera comprende la segunda, con mas una quinta línea; y así sucesivamente hasta la última que comprende todas las otras.

Cada adición va precedida de dos líneas que llamamos aspectos sumarios: la primera es la suma de la adición correspondiente á la serie anterior; y la segunda es la que termina la adición que está por estudiar.

De ahí se sigue; que, entreteniendo á los discípulos en la primera série hasta que se hallen en estado de hacer todas sus adiciones con presteza, sin vacilacion y sin error, el estudio de la segunda serie, que no difiere de la primera mas que por la última línea de cada adición, consistirá únicamente en reunir las cifras de esta última línea á la suma de la adición correspondiente á la primera série; lo cual le será tanto mas fácil, cuanto que las cifras de esta suma van por cabeza de la misma adición.

Como las siguientes series presentan las mismas particularidades, los discípulos estarán en disposición de hacer todas las adiciones posibles, tan luego como hayan conseguido ejecutar las últimas de

nuestra coleccion. Esto no puede parecer problemático si se reflexiona que nuestras últimas adiciones contienen todos los números unidos á las nueve cifras de las unidades, y que estas uniones se van repitiendo de série en série.

En la enseñanza individual ponemos á la vista del discípulo las adiciones de la primera série y le hacemos recitar desde luego los aspectos sumarios antepuestos á la primera adición; ejemplo: 8, 17; 9, 17; 8, 15; &c.

Después de recitar todos los aspectos de esta línea, pasa el discípulo á la adición que practica del mismo modo que practicará las demas de la coleccion, sin retenciones, como si cada línea estuviese aislada, y pronunciará las sumas sin necesidad de escribirlas, á fin de ganar tiempo. Después, procede en los términos esplicados, no pronunciando mas que la suma de las dos primeras cifras y la de las tres de cada línea vertical: es decir, 8, 17; 9, 17; 8, 15; 5, 11; 7, 12; 9, 13; 6, 9; 9, 11; 7, 8.

Está fuera de duda, que si el discípulo ha sido bien dirigido en los ejercicios de las primeras tablas y si no se han atropellado en dispensarle de ellos, hará estas primeras adiciones con la misma facilidad que dirá las sumas de los aspectos sumarios que les preceden.

Sin embargo, si dudase en decir la suma de los aspectos sumarios compuestos de decenas y de unidades, se le preguntará desde luego la suma de las unidades y en seguida la del aspecto que hubiere motivado su perplejidad. Si se tratare del aspecto 3, por ejemplo, se le preguntará en estos térmi-

nos : 5 y 8? y si responde con precision se le hace para mayor seguridad, esta otra pregunta; 15 y 8? Por poco que se acuerde del ejercicio $5+8=13$, $15+8=23$, su duda debe cesar al momento: en otro caso sería preciso volverle á los ejercicios de las tablas números 7 y 8.

Antes de pasar á las adiciones de cuatro líneas le hacemos ejecutar varios ejercicios sobre la novena de la primera série, con la mira de iniciarle en las ideas de la composicion y descomposicion de los números múltiples, ó dígase de la multiplicacion y de la division.

Luego que haya practicado esta novena adicion en la forma que las otras, le haremos decir, comenzando por la línea de la derecha, dos 1 para 2, tres 1 para 3, dos 9 para 18, tres 9 para 27, dos 6 para 12, y así sucesivamente; 2 contiene dos unidades, 3 contiene tres; 18 contiene dos 9, 27 contiene tres; 12 contiene dos 6, 18 contiene tres &.

Aquí debe recordarse que nunca se ha de pasar de las adiciones de una série á las de otra hasta que el discípulo pueda hacer las primeras con destreza y seguridad; como tambien lo importantísimo que es el exigir del discípulo una pronunciacion clara, pronta y elevada.

Las adiciones de cuatro líneas y las siguientes se harán del mismo modo que las de tres líneas. Por ejemplo: para la primera (segunda série) se dirán así los aspectos sumarios : 17, 19; 17, 20; 15, 18; &. ; y las líneas verticales 8, 17, 19; 9, 17, 20; 8, 15, 18;.....

Sobre la última línea de cada série se harán así

mismo los ejercicios que hemos indicado mas arriba, esto es: dos 1 para 2, tres 1 para 3, cuatro 1 para 4..... dos 9 para 18, tres 9 para 27, cuatro 9 para 36..... 2 contiene dos 1; 3 contiene tres 1; 4 contiene cuatro 1; 18 contiene dos 9; 27 contiene tres 9, 36 cuatro 9.

Tienen estos ejercicios una importancia tan grande bajo el punto de vista de la numeracion, de la multiplicacion y division; que nunca podremos recomendarlos bastante: siempre, excepto las primeras veces, deberán practicarse en todas sus formas por el discípulo mismo sin maestro ni monitor.

Cuanto hemos dicho de las adiciones es igualmente aplicable al discípulo que estudie solo. Así, pues, repasará todos los dias nuestras adiciones, sin retenciones y sin escribir las sumas, hasta que se crea con mucha destreza. Los aspectos sumarios le advertirán de sus errores, que serán tanto mas raros, cuanto mas siga nuestro consejo de no dejar una línea por otra, antes de hacer con destreza y sin error todas las adiciones de la primera.

Para la enseñanza mutua, las nueve adiciones de la primera série se copiarán en la parte superior de los nueve encerados, y se enseñarán por los monitores en la forma antedicha, siguiendo las advertencias hechas de no pasar de uno á otro círculo, de una á otra série, sino despues de ejecutar con perfeccion las adiciones que se están estudiando.

Estas adiciones quedarán en el encerado, y servirán para el estudio de la segunda série; pues bastará, en efecto, el reemplazar los aspectos sumarios de la primera por los de la segunda, y añadir

la cuarta línea de cada adición de la segunda série á las tres líneas de la adición correspondiente á la primera série. Del mismo modo se procederá en las séries sucesivas.

Para la enseñanza mixta cada uno de los tres ó de los cinco discípulos asociados, teniendo en la mano la colección de las tablas, hará una adición bajo la vigilancia del monitor; y alternarán en estas recitaciones de modo que cada uno de ellos haya podido hacer todas las adiciones de una serie antes de pasar á otra.

No deberán cesar estos ejercicios sobre las adiciones de nuestro libro, hasta el momento en que las ejecuten todos los discípulos con prontitud y seguridad. Por lo demás, los discípulos se dedicarán á ellos todos los días procediendo de modo que tomen parte todos, sin escepcion; así los mas instruidos como los menos.

Antes de terminar este capítulo vamos á indicar un medio infalible para obtener de los discípulos la mayor destreza en la ejecución de las adiciones, y sobre todo para hacer mucho mas seguro el golpe de vista.

Este medio no puede aplicarse mas que á la enseñanza individual y á la mutua; pero podrían reunirse en un círculo al encerado todos aquellos que mostrasen poca disposición para ser hábiles calculadores. Este medio consiste en poner en la mano del monitor un carton que tenga como unos 40 centímetros de largo sobre 30 de ancho; y provisto de este carton, el monitor escribe en el encerado tres cifras, una bajo de otra, procurando que los discí-

pulos no las vean, para lo cual las tiene ocultas detras de su carton, que apoya al efecto sobre el encerado. Previene á los discípulos que se vá á probar cual de todos acierta mas pronto la suma de las tres cifras tapadas. Despues les llama la atencion en estos términos: ¿están VV? A su respuesta afirmativa baja el carton de modo que se descubran las tres cifras, y lo vuelve á levantar casi al mismo tiempo, para ocultarlas otra vez: se asegura de que todos los discípulos han fijado toda su atencion y que se han esforzado para ser los primeros en decir la suma: toma en la memoria una nota de los que han estado mas felices y encarga á los otros que pongan mas atencion y sean mas listos: si alguno no hubiere acertado, volvería á comenzar la prueba con las mismas cifras, que conservará descubiertas algun tiempo mas que ántes: en otro caso las borraría para escribir otras nuevas.

Despues de esta especie de oposicion sobre tres cifras, se tendrá otra sobre cuatro, sobre cinco, seis &c. segun que los discípulos fueren adquiriendo mas destreza.

Si se observare que algunos discípulos son siempre los últimos en decir las sumas que se presentan para la prueba, convendría ponerles en un círculo aparte. Por lo demas, estos ejercicios no deberían tener lugar hasta que los discípulos hicieren ya las adiciones de cierto número de ifras.

Luego que los discípulos esten en disposicion de ejecutar con ligereza y exactitud todas las adiciones impresas, se les egercitará en adiciones puestas al acaso en los encerados. Al principio, estas adiciones

no deberán ser mas que de tres líneas horizontales y nueve verticales; se ejecutarán sin retenciones y sin poner las sumas; y á estas tres líneas se irán añadiendo sucesivamente una, dos, tres, cuatro, cinco, &c. las retenidas no se llevarán de una línea sobre otra, sino cuando no se le deban ya añadir mas cifras. Deberá seguirse este procedimiento mientras los discípulos esperimenten la menor vacilacion, repasandose ademas, de tiempo en tiempo, las adiciones impresas.

Aunque los discípulos, si han sido bien dirigidos, deben hallarse en estado de hacer la adición con facilidad, el maestro les pondrá una cada dia para que la ejecuten antes de comenzar otras operaciones; lo cual, ademas, les ocupará muy poco tiempo supuesta ya su mucha destreza.

Creemos deber insistir, antes de pasar á otro capítulo, en la necesidad de que los discípulos practiquen todas las operaciones, todos los ejercicios con mucha viveza y prontitud.

CAPITULO QUINTO.

De la sustraccion.

Por la sustraccion buscamos la diferencia de dos números, uno de los cuales es la suma del otro y del número que se busca. Luego buscamos tambien, lo que al menor de dos números espresos le falta para valer tanto como el mayor.

En efecto: $14 - 8 = 6$; $6 + 8 = 14$. De manera

que, como los ejercicios que hemos hecho sobre las tablas números 5 y 6 nos deben haber enseñado por la simple vista lo que falta de 8 para formar el aspecto $\frac{6}{8}$, que llamamos 14, haremos la sustracción del ejemplo en estos términos: 8 y 6 (que pondremos) son 14.

OTRO EJEMPLO.

$$\begin{array}{r}
 9\ 4\ 3\ 8\ 5\ 7\ 4\ 6 \\
 3\ 8\ 5\ 2\ 6\ 4\ 3\ 4 \\
 \hline
 5\ 5\ 8\ 5\ 9\ 3\ 1\ 2
 \end{array}$$

EXPRESIONES.

4 y 2 (que pongo) 6; 3 y 1, 4; 4 y 3, 7; 6 y 9, 15; (guardo 1); 3 y 5, 8; 5 y 8, 13; (me queda 1); 9 y 5, 14; (guardo 1); 4 y 5, 9. Para hacer mas fácil esta operación á los discípulos y enlazar mas estrechamente aun en su entendimiento la idea de la composición de cada aspecto, hemos inventado diferentes ejercicios á los que deberán dedicarse los discípulos ante todas cosas. Estos ejercicios tienden tambien á asegurarles en la adición; puesto que así en una como en otra operación, se trata de descubrir uno de tres números que debemos procurar unir lo mas estrechamente posible en nuestra imaginación.

PRIMER EJERCICIO.

Escribimos sobre un encerado las dos primeras líneas horizontales de la tabla número 6, dejando

un claro entre ellas que facilite el borrar y restablecer la una á nuestro arbitrio.

EJEMPLO.

3	2	2	3	2	2	2	4	3
4	7	4	6	5	3	6	5	5

El discípulo debe decir, y poner encima de cada aspecto, la suma de este aspecto: 3 y 5, 8; que pondrá encima del primer aspecto de la derecha; 4 y 5, 9; que colocará encima del segundo, y así sucesivamente. Borraremos luego la última línea del ejemplo, y no queda ya en la tabla mas que la primera línea y la línea de las sumas puestas por el discípulo.

EJEMPLO.

7	9	6	9	7	5	8	9	8
3	2	2	3	2	2	2	4	3

Le mandamos hacer esta sustraccion en alta voz, en los mismos términos que la adición que acaba de ejecutar, y pronunciará, al tenor que las vaya poniendo, la cifra de cada resta, que no es otra que la que acabamos de borrar. Dirá pues, 3 y 5 (que pone) 8; 4 y 5, 9; &.^a

Si experimenta alguna dificultad en hacer esta sustraccion, deberemos ayudarle con estas preguntas; ¿3 y cuántos hacen 8? 4 y cuántos hacen 9?... Despues borraremos el resultado y le obligaremos

á volver á comenzar la operacion hasta que la ejecute con ligereza y sin error.

Luego que haya hecho esta sustraccion sin vacilar, borraremos la segunda línea y la sustituiremos con el resultado de manera que nos quede esta otra sustraccion, en la que se procederá del mismo modo que antes, así por nuestra parte como por parte del discípulo.

$$\begin{array}{r} 7\ 9\ 6\ 9\ 7\ 5\ 8\ 9\ 8 \\ 4\ 7\ 4\ 6\ 5\ 3\ 6\ 5\ 5 \end{array}$$

Así que el discípulo no encuentre ya ninguna dificultad en hacer estas dos sustracciones, se le ejercitará del mismo modo en la segunda columna de la misma tabla número 6.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r} 7\ 6\ 3\ 8\ 3\ 7\ 5\ 6\ 4 \\ 8\ 8\ 7\ 9\ 8\ 9\ 6\ 9\ 6 \end{array}$$

Aquí se practicarán los mismos ejercicios; pero despreciando las decenas, es, decir; sin retenerlas para llevarlas sobre la cifra inmediata, de modo que, cuando el discípulo haya puesto las sumas de estos diferentes aspectos, menos las decenas, y borrado la última línea, el encerado presentará esta sustraccion.

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 4\ 0\ 7\ 1\ 6\ 1\ 5\ 0 \\ 7\ 6\ 3\ 8\ 3\ 7\ 5\ 6\ 4 \end{array}$$

Como aquí el discípulo no hablará de las dece-

mas retenidas, se limitará á decir 4 y 6 (que pondrá) 10; 6 y 9, 15; 5 y 6, 11; &.^a Las otras tres columnas de la tabla número 6 darán lugar á iguales ejercicios.

SEGUNDO EJERCICIO.

A fin de que el discípulo adquiriera mas destreza, le ejercitaremos en hacer las sustracciones de la tabla número 10; pero solo de viva voz, sin hablar de las retenidas y sin escribir las restas; lo cual le permite ir mucho mas lijero, y de consiguiente hacer mayor número de operaciones. Siendo estas sustracciones las mismas que las que acaba de ejecutar, no pueden ofrecerle mucha dificultad. Con todo, no olvidemos nunca, que las expresiones é instrucciones que hemos dado, son indispensables para el buen éxito; y que nuestras preguntas, tales como tres y cuantos son 7? &c. deben ser breves y pronunciadas con vigor á fin de provocar respuestas igualmente prontas de parte del discípulo.

TERCER EJERCICIO.

Cuanto hemos dicho en el primer ejercicio es así mismo aplicable al tercero destinado á familiarizar á los discípulos con las sustracciones mentales, que deben practicar sobre las decenas al tratarse de las

Se autoriza la copia para la investigación. ⁸

© Gobierno de Navarra

divisiones. Tomaremos, pues, por base de este tercer ejercicio y escribiremos en el encerado la primera línea de decenas de cada una de las partes de las tablas números 7 y 8.

EJEMPLO.

13	12	12	13	12	12	12	14	13
4	7	4	6	5	3	6	5	5

Después de hacer decir al discípulo la suma de cada uno de estos aspectos y escribirla encima de los mismos, borraremos la línea de las unidades, á fin de presentarle la siguiente sustracción, que hará sin retenciones, como si cada aspecto estuviese solo en el encerado.

EJEMPLO.

17	19	16	19	17	15	18	19	18
13	12	12	13	12	12	12	14	13

Cuya sustracción hará en estos términos: 13 y 5 (que pondrá) 18; 14 y 5 (que ha de poner) 19; 12 y 6, 18; &.^a Cuando le ocurra alguna duda, que sucederá raras veces, se le hará observar que $3 + 5 = 8$; $13 + 5 = 18$. Por lo demás, los ejercicios ante-

riores han debido hacerle este sumamente fácil.

Operando así sobre las nueve primeras líneas de decenas de las tablas 7 y 8, no habrá necesidad de sustituir el resultado á las unidades de la segunda línea: este resultado se borraré y renovará solo hasta conseguir ejecutar muy bien la sustraccion.

CUARTO EJERCICIO.

Este ejercicio se ejecutará sobre la tabla número 11 en la forma esplicada en el segundo ejercicio de la sustraccion. Como siempre sucede que muchos discípulos aventajan á los otros porque tienen el golpe de vista mas pronto y seguro, desde la sustraccion adelante podrán dispensarles las operaciones prescritas para los ejercicios de la adicion en la enseñanza mútua: bastará con copiar sobre cada uno de los nueve encerados una línea de las tablas, y poner al frente de cada círculo un monitor inteligente que les haga ejecutar algunas sustracciones puestas al acaso, obligándoles á arrastrar las retenidas.

Todos los dias, antes de estudiar la multiplicacion, se harán ejecutar á los discípulos una adicion y una sustraccion al encerado.

CAPÍTULO SESTO.

De la multiplicacion.

La multiplicacion no es mas que una forma abreviada de la adiccion de números semejantes repetidos un determinado número de veces.

En los ejercicios de la adiccion dimos ya al discípulo una idea de la composicion y descomposicion de los números múltiples como nociones preliminares de la multiplicacion y division. Vamos ahora á robustecer esta idea con una sucinta repeticion de cuanto sobre el particular hemos visto.

PRIMER EJERCICIO.

Presentamos al discípulo la tabla número 12 que recitará en estos términos: dos-dos ó 2 veces 2, 4; dos-tres ó 2 veces 3, 6; tres-tres ó 3 veces 3, 9; dos-cuatro ó 2 veces 4, 8; tres-cuatro ó 3 veces 4, 12.....

Si vacila al hacer esta recitacion, si no puede, por ejemplo, decir sin recapacitar la suma de cuatro-cuatro, ó 4 veces 4, le hago adicionar esta co-

lumna y volver á comenzar cuanto ha visto de la misma tabla, preguntándole, despues de cada línea, cuanto hacen cuatro-cuatro. Este mismo procedimiento sigo en toda la tabla.

SEGUNDO EJERCICIO.

En seguida recitamos una por una las líneas horizontales de los aspectos colocados bajo las líneas que acabamos de ver; pero esta recitacion solo se hace ya en los términos siguientes; 2 veces 2, 4; 2 veces 3 ó 3 veces 2, 6; 2 veces 4 ó 4 veces 2, 8; 3 veces 4 ó 4 veces 3, 12; y así sucesivamente. Si el discípulo vacila, le hago sumar la línea vertical correspondiente al aspecto que le ha hecho vacilar y le mando volver á comenzar como anteriormente.

TERCER EJERCICIO.

Hemos visto por la esperiencia que, dirigiendo muchas veces la vista sobre un aspecto, pronunciando al propio tiempo su nombre de conjunto, que es la suma, los discípulos han llegado á practicar las adiciones con tanta facilidad y exactitud como podríamos nosotros leer una novela. La razon de ello és que las ideas de los números se materializan en su entendimiento.

La misma razon debe, pñes, conducirnos al mismo resultado en la multiplicacion; por lo tanto vamos á recapitular las minuciosas lecciones que hemos dado.

Para este objeto nos serviremos de la tabla número 6, que dará ocasion á dos ejercicios diferentes. Por el primero el discípulo dirá: 3 veces 4, 12; 2 veces 7, 14; 2 veces 4, 8; &.^o y por el segundo no pronunciará mas que el producto de cada aspecto 12, 14, 8, 18, 10, 6, 12, 15; y así en las demas líneas de la tabla: bien entendido, que no pasará nunca de una á otra línea, sino cuando la primera se ha recitado con lijereza y exactitud; y que hasta conseguir una ejecucion perfecta, continuará el ejercicio por línea horizontal y vertical.

Para la enseñanza mutua se seguirá la marcha indicada al hablar de los ejercicios de la sustraccion.

Sin embargo de las ideas que quien estudiare solo ha debido adquirir por los ejercicios primero y segundo del presente capítulo, deberá hacer el tercer ejercicio sobre la tabla número 5 que tiene todos los productos en una columna marginal, y ensayarse de tiempo en tiempo sobre la tabla número 6, teniendo á la vista la tabla número 5 para comprobar sus recitaciones.

CUARTO EJERCICIO.

A la manera que para la adición, hemos imaginado un medio de dar actividad al golpe de vista de los discípulos ;erezosos y poco diestros en pronunciar los productos de la tabla número 6. Este medio

consiste en copiar en gruesas cifras cada aspecto de la tabla sobre un naípe de carton blanco, muy delgado y un poco menor que los de juego.

3
4

Reune el maestro las cartas de los nueve aspectos de la primer línea de la tabla; las baraja y las tira una á una apilándolas sobre un banco ó mesa puesta delante del discípulo, á quien se le llama solo para decir el producto de los dos factores de cada naípe.

Al principio las cartas se van tirando muy despacio, y se vá avivando la operacion á medida que aumenta la lijereza del discípulo, hasta conseguir en este ejercicio la mayor celeridad. En seguida se ponen á un lado estas nueve cartas y se reemplazan con las de la segunda línea de la tabla, con las cuales se practicará el mismo ejercicio.

Luego que el discípulo pueda decir los productos de estas últimas cartas con tanta lijereza como sea posible irlas tirando sobre la mesa, se le harán repetir los de las diez y ocho, despues de bien mezcladas las primeras con las últimas, y se continuará así con todas las cartas copiadas de la tabla, hasta que el discípulo pueda decir sus productos con la mayor celeridad.

Como los ejercicios precedentes hayan sido ejecutados con celo é intelijencia, salimos garantes del buen éxito de este. Tres ó cuatro lecciones deben bastar al discípulo para conocer todos los produc-

tos. Desde entonces debe hallarse en disposición de hacer las multiplicaciones con soltura y seguridad; en otro caso habría que hacérsele continuar los ejercicios.

A continuación ponemos nueve multiplicaciones, que hemos formulado de manera que presenten todos los aspectos de los factores parciales estudiados en los ejercicios. Así que, cuando los discípulos puedan hacer estas nueve multiplicaciones con destreza y exactitud, estarán ya en disposición de hacer cuantas se les presenten.

Para llegar á este resultado es indispensable estar repitiendo la misma multiplicación hasta hacerla perfectamente.

Estas multiplicaciones se han de hacer sobre el encerado, en alta voz y á presencia del maestro ó del monitor.

BND EJECUCION.

Vamos á hacer nosotros mismos la primera de estas multiplicaciones, á fin de dar á conocer las abreviaciones que hemos introducido en la ejecución para conseguir la rapidez.

$$\begin{array}{r} 9456 \\ 874 \\ \hline 37824 \\ 66192 \\ 75648 \\ \hline 8264544 \end{array}$$

Después de echar una mirada sobre los dos primeros factores parciales, pronuncio 24 (pongo 4), y digo: llevo 2. Al mirar los factores 4, 5, pronuncio 20, 22 (pongo 2) y llevo 2; siguiendo del mismo modo digo 16, 18 (pongo 8), y guardo 1; 36. 37 que pongo; y así sucesivamente en las otras líneas.

Cuando el discípulo está algo más instruido abrevia aun de este modo: 24 (pone 4), 22 (pone 2), 18 (pone 8), 37 que pone: esta abreviación consiste en reunir las retenidas y los productos parciales antes de pronunciar el total. Si los niños han sido bien dirigidos en los ejercicios, muy pronto se hallan en estado de hacer estas abreviaciones que les dan una extraordinaria habilidad.

Como los ejercicios relativos á las divisiones deben ocuparnos algún tiempo, todos los días antes de comenzarlos haremos tres de las siguientes reglas que, por lo demás, deben allanar necesariamente al discípulo las dificultades de la división:

9 4 5 6		1 3 7 8 2
6 2 9		8 7 4
9 4 5 6		1 3 7 8 2
1 3 5		6 2 9
9 4 5 0 6		1 3 7 8 2
6 0 2 9		1 3 5
9 4 5 0 6		1 3 7 0 8 2
6 2 9 0		1 3 0 5

CAPÍTULO SÉTIMO.

De la division.

Hemos visto en los ejercicios de la multiplicacion que un producto no es otra cosa que la suma de muchos números iguales repetidos determinado número de veces. Por la adición nos proponemos descubrir cuantas veces uno de estos números llamado divisor, está contenido ó repetido en otro que se llama dividendo. El resultado de esta operacion recibe el nombre de cuociente.

De manera que la multiplicacion no es mas que una adición abreviada por la cual reunimos varios números iguales en uno solo, llamado producto; y la division es una operacion en la que descomponemos este producto por medio de uno de sus factores, para reconocer la importancia del otro factor. Así las espresiones suma, total, producto y dividendo son sinónimos unas de otras, como lo son igualmente entre sí las voces de factores, divisor y cuociente.

Los teóricos nos dicen que la sustraccion debe servir para buscar el cuociente, y que debe ser considerada como fundamento de la division. Nosotros creemos que hubiera sido mas acertado presentar

la sustracción como medio de demostración que como principio de ejecución; fundados en que estas numerosas descomposiciones, en algunas divisiones, no pueden menos de ser muy lentas, si procedemos por escrito; y lentas é inciertas á la vez si las practicamos mentalmente.

El modo que nosotros hemos empleado, tomando la adición por base de las otras tres reglas, es seguramente mas fecundo en buenos resultados; pues nos ha permitido ya estimar al primer golpe de vista la suma, la resta y el producto de las tres primeras operaciones.

En efecto, si deseando obtener la diferencia de dos números los pongo yo á la vista de mi discípulo colocados de este modo $\frac{14}{8}$, él me responderá 6, sin vacilar; porque los ejercicios de la adición le enseñaron que $8 + 6 = 14$.

Ademas, si le enseñé varias cifras semejantes para conocer la suma de las mismas y se las presento en esta forma:

8
8
8
8

le bastará echar una mirada sobre el conjunto de estas cifras para responder al instante 32; atendido á que él aprendió por nuestros ejercicios, que 8 repetidos 4 veces hacen 32: este principio es así mismo aplicable á la multiplicación. Tampoco hay ninguna duda que si le pregunto 32 cuántos 8 ó cuántas veces 8 contiene, me responderá que 4.

Se vé pues, que la sustraccion, la multiplicacion y la division sacan sus principios de la adiccion, y es ademas, bien evidente, que nuestros ejercicios tienden á dar seguridad al discípulo en sus apreciaciones.

Si el divisor no contuviese mas que una sola cifra y el dividendo fuese un múltiple de esta cifra, bastaría conocer los factores de este múltiple ó producto para dividirlo sin tantéos por uno de sus factores, puesto que el cuociente sería el otro factor. Mas esto sucede pocas veces, y lo frecuente es:

1.º Que el dividendo contenga una ó muchas veces al divisor, mas una parte de este; y que despues de extraer el divisor del dividendo tantas veces como sea posible, esta parte quede sin destino.

2.º Que siendo formados de números compuestos el dividendo y el divisor, nos vemos precisa los á practicar parcialmente la operacion con motivo de lo limitado de nuestras facultades.

Las dificultades de esta clase de divisiones consisten en saber descubrir en cada dividendo parcial el múltiple mas elevado de la primera cifra del divisor, y ver si la resta del dividendo es bastante para cubrir las *retenidas* que resultan de la multiplicacion de las cifras siguientes del divisor por la cifra supuesta, para escribir el cuociente.

A continuacion haremos algunos ejercicios que tendrán por objeto el enseñar á conocer los múltiplos y las restas de los dividendos parciales. Por lo que hace á saber si estas restas son bastantes para cubrir las retenidas de que se trata al hablar de la clasificacion de las divisiones, reseñaremos las cir-

cunstancias que nos llamaron la atención en nuestras repetidas investigaciones; circunstancias, quizá desconocidas aun; pero que ofrecen el medio mas poderoso de allanar el obstáculo mayor de la division.

Por ahora reduciremos nuestros ejercicios á los medios de hacer fácil é inmediato el descubrimiento de los factores de todos los productos que han de buscarse en los dividendos parciales; en seguida á extraer estos productos de los dividendos y calcular pronta y mentalmente lo que debe quedar de esta sustraccion; á fin de reconocer sin rebusca ni tantéos la exactitud de la cifra que se presume pertenecer al cuociente.

PRIMER EJERCICIO.

Tabla número 15.

Yo supongo que el discípulo conoce ya perfectamente los productos de todos los aspectos de la tabla número 6; pues que en otro caso no hubiera podido seguir con fruto las lecciones de la multiplicacion, y mucho menos aun estaría dispuesto para estudiar la division. En esta última hipótesis convendría sujetarle repetidamente á los primeros ejercicios de la multiplicacion.

El ejercicio de que nos estamos ocupando, es puramente verbal: la tabla deberá estar solo á la vista del maestro ó del monitor: este preguntará al

discípulo sobre los productos de uno de los cuadros de esta tabla, limitándose á enunciar en alta voz los factores de cada producto; ejemplo: ¿3 veces 4? ¿2 veces 6? ¿2 veces 7? ¿2 veces 4?.....¿3 veces 5? y el discípulo deberá responder con viveza despues de cada pregunta: 12, 14, 8,.....15. Luego de esto se le harán tambien las siguientes preguntas. ¿Cuales son los factores de 12, de 14, de 8..... de 15? ¿en 12 cuantas veces 3? cuantas veces 4? cuantas veces 2, 6? &.^a Convendrá hacerle observar, ante todo, que dividiendo un producto por uno de sus factores, se obtiene el otro factor por cuociente.

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 : 3 = 4$$

$$12 : 4 = 3$$

Segun repetidamente tenemos dicho para casos análogos, no debe pasarse de uno á otro cuadro de la tabla sino despues que se hayan obtenido del discípulo respuestas prontas y perfectamente exactas sobre todas las partes de este doble ejercicio.

SEGUNDO EJERCICIO.

Este ejercicio para el cual no hay en la coleccion tabla determinada, es idénticamente el mismo que aquel á que nos dedicamos para llegar á hacer con lijereza la sustraccion. Habiéndonosen presentado

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

en el primero la suma ó nombre de conjunto de un aspecto y una de las partes de este aspecto, buscamos la otra parte, que debe ser el exceso, la resta ó diferencia de los dos números dados: en el caso que nos ocupa buscamos una de las partes de cada aspecto, cuyo nombre ó producto y la otra parte nos son ya conocidas. Al efecto copiamos en el encerado la primera línea de la tabla número 6.

EJEMPLO.

3	2	2	3	2	2	2	4	3
4	7	4	6	5	3	6	5	5

Se llama al discípulo para decir en alta voz y escribir encima de cada aspecto el producto ó nombre de conjunto de este aspecto; 3 veces 4 son 12. &.ª: acabada esta operacion en toda la línea, el maestro ó el discípulo borrarán las cifras inferiores de modo que no queden en el encerado mas que los aspectossi guientes.

12	14	8	18	10	6	12	20	15
3	2	2	3	2	2	2	4	3

Hecho esto, el discípulo deberá restablecer las cifras borradas al mismo tiempo que dirá lo siguiente: ¿en 12 cuántas veces 3? 4 veces (y pon-

drá 4 debajo del 3 del primer aspecto de la izquierda); ¿en 14 cuántas veces 2? 7 veces (y pondrá 7 bajo del segundo aspecto) siguiendo de este mismo modo para toda la línea. Se seguirán borrando y restableciendo estos resultados mientras el discípulo sienta la menor incertidumbre: despues se borrarán las cifras del interior dejando subsistentes los productos y los resultados de la primera operacion, y se procederá como arriba se hizo.

EJEMPLO.

12	14	8	18	10	6	12	20	15
4	7	4	6	5	3	6	5	5

Se continuará de la misma manera en las restantes líneas de aspectos de la tabla núm. 6, de la cual, sin embargo, se exceptuarán los aspectos en cuya composicion figura la unidad; pues que sería ocioso sujetar al discípulo á un ejercicio [para hacerle comprender cuántas veces un número cualquiera contiene la unidad, y mas aun para enseñarle cuántas veces un número está comprendido en sí mismo.

Él vió ya en las adiciones, que 4 contiene 4 veces 1; 8 contiene 8 veces 1; &c. y que, por consiguiente, 4 contiene 1 vez 4, y 8 contiene un vez 8; Se hará muy bien en hacerle repetir de viva voz este ejercicio, como el anterior, ántes [de abandonarlo para pasar á otro.

TERCER EJERCICIO.

Esta tabla, que se ha de estudiar tambien de viva voz, presenta algunos números para dividirlos por otros de que no son múltiples. El discípulo deberá, pues, desde luego indagar los múltiples que se contienen en aquellos, y espresar la diferencia ó exceso de cada dividendo sobre el múltiple que se haya estraído de él.

Este ejercicio se practicará esclusivamente por el discípulo, en estos términos: ¿en 7 cuantas veces 2? 3 veces para 6 y resta 1; ¿en 5 cuantas veces 2? 2 veces para 4 y resta 1; ¿en 3 cuantas veces 2? 1 vez para 2 y resta 1; &.^a

Deben observarse con mucho rigor las esplicaciones anteriormente hechas, para facilitar la ejecucion de las divisiones complicadas. La utilidad de esta forma de ejercicio se verá luego.

Para la enseñanza mutua se practicarán los ejercicios precedentes sin mudar de sitio á los discípulos; pues desde esta fecha debe haber ya el suficiente número de monitores en disposicion de enseñar al encerado, unas despues de otras, todas las partes de dichos ejercicios.

Para terminar nuestro trabajo solo falta yá tra

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

tar de la división bajo el punto de vista de la forma y de la ejecución. Las lecciones primeras se dedicarán á las divisiones que no tienen mas que una cifra en el divisor; las otras serán objeto de una instrucción especial.

$$\begin{array}{r|l} \text{Dividendo } 1284 & 2 \text{ Divisor.} \\ 08 & \hline 04 & 642 \text{ Cuociente.} \end{array}$$

Esta división, cuyo dividendo no contiene mas que múltiplos del divisor, se ha de ejecutar precisamente en los siguientes términos: como la primera cifra del dividendo es menor que 2 se dice ¿en 12 cuantas veces 2? 6 para 12 y resta 0; bajo el 8 y sigo; ¿en 8 cuantas veces 2? 4 para 8, resta 0, bajo el 4; ¿en 4 cuantas veces 2? 2 para 4 y resta 0.

Si un dividendo parcial no pudiese contener al divisor, es porque el cuociente no tendría unidad del órden de dicho dividendo, y entonces se pondrá 0 al cuociente para ocupar el lugar de dicha unidad.

$$\begin{array}{r|l} 18616 & 2 \\ 06 & \hline 016 & 9308 \\ 0 & \end{array}$$

Espresiones: ¿en 18 cuantas veces 2? 9 para 18, resta 0, bajo el 6; ¿en 6 cuantas veces 2? 3 para 6, resta 0, bajo el 1; siendo el uno menor que 2, no puede contenerlo; pongo 0 y bajo el 6; ¿en 16 cuantas veces 2? 8 para 16 y resta 0.

EJEMPLO EN QUE EL DIVIDENDO PARCIAL DEJA RESTA.

$$\begin{array}{r|l} 945894 & 2 \\ 14 & 472947 \\ 05 & \\ 18 & \\ 09 & \\ 14 & \\ 0 & \end{array}$$

Espresiones: ¿en 9 cuantas veces 2? 4 para 8, resta 1; bajo el 4: ¿en 14 cuantas veces 2? 7 para 14, resta 0; bajo el 5: ¿en 5 cuantas veces 2? 2 para 4, resta 1; bajo el 8: ¿en 18 cuantas veces 2? 9 para 18, resta 0; bajo el 9: ¿en 9 cuantas veces 2? 4 para 8, resta 1; bajo el 4: ¿en 14 cuantas veces 2? 7 para 14, resta 0.

Del mismo modo se harán las divisiones siguientes:

$$\begin{array}{r|l} 589263516 & 2 \\ 883895274 & 3 \\ 3704654312 & 4 \end{array}$$

4064821785	5
4877786142	6
3475767897	7
3972306168	8
6695713368	9

Como los dividendos de estas ocho divisiones son los productos de las nueve cifras pertenecientes á las unidades de primer órden, multiplicadas por cada uno de los divisores 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, nunca podremos encarecer bastante la necesidad de entretener á los discípulos en la ejecucion de estas divisiones, hasta que hayan conseguido practicarlas con ligereza y en los términos esplicados.

Al comenzar este capítulo dijimos, que nuestras meditaciones nos habían conducido á reconocer muchos casos en que se puede poner sin tantéo la cifra que se presume pertenecer al cuociente; pero este descubrimiento, que tiene por objeto allanar la mayor dificultad de las divisiones complicadas, admite alguna escepcion que nos precisa á clasificar todas estas divisiones. Esta clasificacion está fundada sobre las dos primeras cifras del divisor, conforme á la siguiente tabla.

Designacion de las dos primeras cifras del divisor.

Clases.	Secciones.
1. ^a	(^o) 33 43 53 63 73 83 93 1. ^a
	34 44 54 64 74 84 94 2. ^a
	35 45 55 65 75 85 95 3. ^a
	36 46 56 66 76 86 96 4. ^a
	37 47 57 67 77 87 97 5. ^a
	28 38 48 58 68 78 88 98 6. ^a
2. ^a	19 29 39 49 59 69 79 89 99
3. ^a	20 30 40 50 60 70 80 90
4. ^a	21 31 41 51 61 71 81 91
5. ^a	22 32 42 52 62 72 82 92
6. ^a	10 11 12 13 14 15 16 17 18

CLASE PRIMERA.

Antes de pasar mas adelante, vamos á dar las explicaciones necesarias para conseguir la apreciacion de cada cifra del cuociente de las divisiones de la primera clase de la tabla.

La primera indagacion que hacemos con este ob-

(*) Quedan sin clasificar el 23, 24, 25, 26 y 27, los cuales se habrán de someter siempre á un doble ensayo si no se prefiere emplear el medio indicado en la página 110.

jeto consiste en extraer de la primera cifra ó, en caso de necesidad, de las dos primeras de cada dividendo parcial, el múltiple mas elevado de la primera cifra del divisor, á fin de ver si la sustraccion mental, que en seguida hacemos, deja una resta bastante para cubrir las retenidas del producto de las siguientes cifras del divisor, multiplicadas por la del cuociente presunto. Esta resta, pues, que llamaremos resta de ensayo, es la primera base de nuestra apreciacion.

Veamos ahora de que modo podremos asegurarnos en muchos casos de la suficiencia de esta resta, sin vernos obligados á *multiplicar las últimas cifras del divisor por el cuociente parcial presunto*.

Desde luego observamos que el producto de dos cifras cualesquiera, no ofrece decenas cuya cifra sea tan elevada como la menor de sus factores: ejemplos: $3 \times 4 = 12$; $5 \times 8 = 40$; $3 \times 3 = 9$; y que aun añadiendo á estos productos las decenas que se han de arrastrar de productos anteriores, el resultado de esta adición no dará, sino en muy raros casos, decenas iguales á los menores factores del ejemplo.

En efecto; si el número 8 (que es la cifra mas alta de las retenidas que podemos tener para llevar de un producto á otro) lo unimos á 12, producto de 3×4 ; á 40, producto de 5×8 , y á 9, producto de 3×3 , obtendremos $12 + 8 = 20$, $40 + 8 = 48$, $9 + 8 = 17$, y las decenas de estas sumas serán todavía inferiores en 1 y 2 unidades á los mas pequeños de los factores precedentes. Hállanse diferencias de 3, cuando los factores son iguales; como $4 \times 4 = 16$; $6 \times 6 = 36$, &.^a; escepto 2×2 ; 8×8 y 9×9 .

De modo, que cuando la resta de un dividendo parcial es igual ó superior, sea á la segunda cifra del divisor, sea á la cifra que se presume deberse inscribir por cuociente, estamos ya seguros de la conveniencia de este cuociente presunto; pues que, multiplicándolo por la segunda cifra del divisor, el resultado no podría producir una retencion tan elevada como el menor de sus dos factores que llamaremos, para mayor claridad, *factores-bases*.

En cuanto á las restas de ensayo, inferiores á los mas pequeños de los *factores-bases*, hemos hecho varias observaciones que, unidas á las de que acabamos de hablar, pueden reducirse á principios para la ejecucion de todas las divisiones de la primera clase de la tabla de clasificacion. Vamos, pues, á formular estos principios de modo que puedan ser entendidos y estudiados por los discípulos.

PRIMER PRINCIPIO.

Teniendo una resta de ensayo igual ó superior al mas pequeño de los *factores-bases*, se escribe sin tantéos el cuociente presunto.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 285505 & 3458 \\
 8865 & \underline{82} \\
 1949 &
 \end{array}$$

Espresiones: ¿en 28 cuantas veces 3? 8 para 24, resta 4, igual á la segunda cifra del divisor. Multiplicando el divisor por el cuociente parcial 8, digo; 64 y 6, (que pongo debajo de la quinta cifra del dividendo) son 70, retengo 7; 47 (comprendida la retencion) + 8 = 55, retengo 5; 37 + 8 = 45, retengo 4; 28 = 28, resta 0: bajo el 5; ¿en 8 cuantas veces 3? 2 para 6, resta 2, igual al cuociente presunto; continuando como antes; 16 + 9 = 25; retengo 2; 12 + 4 = 16, retengo 1; 9 + 9 = 18; retengo 1; 7 + 1 = 8.

En este ejemplo se vé que, cuando las restas de ensayo son iguales á los mas pequeños de los *factores-bases*, se ha escrito el cuociente sin tantear.

Este primer principio no presenta mas que algunas escepciones de que nos habríamos abstenido de hablar, si no nos llevásemos la mira de prevenir toda clase de refutacion con motivo de este principio.

ESCEPCIONES.

El principio primero no presenta escepciones sino en lo que concierne á los cuocientes parciales 8, para la primera seccion, y 9 para todas ellas.

No se ensayará el cuociente 8 en las divisiones de la primera seccion, sino cuando la tercera cifra del dividendo fuere 0 ó 1 y la tercera del divisor la escediere en 7 ó mas: en otro caso se le pondrá siempre sin antear.

No se ensayará el cuociente 9, sino cuando la tercera cifra del dividendo sea inferior á 6 para la primera seccion: divisores 33, 43,....93

5	segunda	34, 44,....94
4	tercera	35, 45,....95
3	cuarta	36, 46,....96
2	quinta	37, 47,....97
1	sesta	28, 38,....98

Aún sería preciso en este caso, que la tercera cifra del divisor escediese á la tercera del dividendo en un número igual á la segunda del divisor.

SEGUNDO PRINCIPIO.

Se procede á un doble ensayo del cuociente presunto, cuando la resta de ensayo es inferior en una ó dos unidades al menor de los *factores bases*; esceptuando el cuociente 9, que no se ensayará mas que con una diferencia de una unidad. Este doble ensayo se practicará igualmente con una diferencia de tres unidades, si los *factores-bases* presentan números iguales que no sean 2×2 ; 8×8 ; y 9×9 , los cuales serán ensayados, segun la regla general, con una diferencia de una ó dos unidades.

Mas si esta diferencia es de 2 con el cuociente 9, de 3 para los factores desiguales y para los factores iguales 2×2 y 8×8 , y de 4 para los demas factores iguales, debe rebajarse una unidad de cuociente presunto y escribirse sin ninguna clase de tanteos.

Lo que dijimos en el principio primero sobre la comparacion de la resta de ensayo con la segunda cifra del divisor, es aplicable en estos dos casos á la

tercera y siguientes, las cuales, al segundo ó tercer ensayo, se convierten sucesivamente ellas mismas en *factores-bases*.

PRIMER EJEMPLO.

Diferencia de una, y de dos unidades.

$$\begin{array}{r|l} 21564 & 342 \\ 1044 & 63 \\ \hline & 18 \end{array}$$

ESPRESIONES: primero; ¿en 21 cuantas veces 3? 6 para 18, resta 3 (inferior en una unidad al menor de los *factores-bases*); debo, pues, continuar el ensayo y decir; 3 de resta, que vale 30, $+5=35$; multiplicando los dos *factores-bases*: 24 de 35, resta 11, mayor que la tercera cifra del divisor, *factor-base*: escribo desde luego 6 al cuociente sin otro ensayo; despues multiplico el divisor por el cuociente y pongo la diferencia del producto espresándome así; 12 y 4, 16; retengo 1; 25 (comprendido el retenido) igual 25. pongo 0 y llevo 2: 20 y 1, 21.

Segundo: ¿en 10 cuántas veces 3? 3 para 9, resta 1, inferior en dos unidades al cuociente parcial presuntó; lo cual precisa á un segundo ensayo; 1 de resta, que vale 10, $+4=14$; multiplicando los dos *factores-bases*; 12 de 14, resta 2, igual á la tercera cifra del divisor: y atendida esta última igualdad escribo 3 al cuociente sin otro ensayo.

SEGUNDO EJEMPLO.

Diferencia de una unidad con 9 al cuociente.

$$\begin{array}{r|l} 2587 & 286 \\ 13 & 9 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 25 cuántas veces 2? 9 para 18, resta 7, inferior en una unidad al menor *factor-base*. Continúo pues el ensayo: 7 de resta, que vale 70, +8=78, multiplicando los *factores-bases*, digo: 72 de 78, resta 6, igual á la tercera cifra ó segundo *factor-base* del divisor: en virtud, pues, de esta igualdad pongo 6 al cuociente sin nuevo ensayo. Luego, multiplicando el divisor por el cuociente y sustrayendo del dividendo cada una de las cifras del producto digo: 54 y 3; 57; retengo 5; 72 (comprendido el que retengo, que no pronuncio) y 1, 78, re-retengo 7; 25 = 25, resta 0.

TERCER EJEMPLO.

Diferencia de dos unidades con el cuociente 9 reducido á 8.

$$\begin{array}{r|l} 4194 & 473 \\ 410 & 8 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 41 cuántas veces 4? Si digo que 9

para 36, resto 5, veo que 5 es inferior en dos unidades al *factor-base* menor; de donde colijo, conforme al segundo principio, que 9 es demasiado alto y pongo 8 al cuociente sin tantear. Lo demas de la division se ejecuta como en los ejemplos anteriores.

CUARTO EJEMPLO.

Diferencia de 3 con los factores desiguales.

$$\begin{array}{r|l} 3296 & 674 \\ 600 & \underline{\quad} \\ \hline & 4 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 32 cuántas veces 6? Si digo 5 para 30, resta 2, veo que 2 es inferior á 5 en 3 unidades y escribo 4 al cuociente sin ensayar.

QUINTO EJEMPLO.

Diferencia de 4 con los factores iguales

$$\begin{array}{r|l} 3894 & 574 \\ 459 & \underline{\quad} \\ \hline & 6 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 38 cuántas veces 5? Si digo 7 para 35, resta 3; veo una diferencia de 4 con uno de los dos factores 7, y observo que estos dos factores son iguales; lo cual me indica que 7 no conviene para cuociente, y que debo escribir 6 sin tantear.

SESTO EJEMPLO:

Aplicacion de los dos principios á la tercera cifra del divisor, en caso de una resta igual á esta cifra.

$$\begin{array}{r|rrrr} 143876 & 3 & 5 & 3 & 4 & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 8 & 0 & 4 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 14 cuántos veces 3? 4 para 12. resta 2, inferior en 2 al cuociente; debo. pues. continuar el ensayo, 2 de resta con 3, que pongo á su lado, son 23; multiplicando los dos primeros *factores-bases* digo; 20 de 23, resta 3, igual á la tercera cifra del divisor; y sin mas ensayo escribo 4 al cuociente.

Si los discípulos han seguido bien los primeros ejercicios, y si se les ha hecho ejecutar muchas veces cada una de las divisiones precedentes, despues de haberles instruido en aquellos principios, se hallarán desde luego en disposicion de hacer todas las divisiones de la primera clase sin vacilacion y sin tanteos ni probaturas.

Para terminar el estudio de las divisiones de la primera clase, vamos á ejecutar una de ellas con el laconismo propio de nuestro método.

Nunca podremos recomendar bastante este laconismo á la atencion de los maestros y de los discípulos, quienes ademas, deberán acordarse de que todas las operaciones se han de ejecutar con lijereza, en alta voz y sobre todo al encerado.

$$\begin{array}{r|l}
 3836484 & 4659 \\
 10928 & \hline
 16104 & 823 \\
 2127 &
 \end{array}$$

EXPRESIONES: ¿en 38 cuántas veces 4? 8 para 32, resta 6, igual 6; 72 y 2, 74, retengo 7; 47 y 9, 56, retengo 5; 53, igual, retengo 5; 37 y 1, 38=38. Bajo el 8.

¿En 10 cuántas veces 4? 2 para 8, resta 2, igual á 2, y escribo 2; 18=18, retengo 1; 11 y 1, 12; retengo 1; 13 y 6, 19, retengo 1; 9 y 1, 10; bajo el 4.

¿En 16 cuántas veces 4? 3 para 12, resta 4, mayor que 3, que escribo; 27 y 7, 34, retengo 3; 18 y 2, 20, retengo 2; 20 y 1, 21, retengo 2; 14 y 2, 16.

SEGUNDA CLASE.

No pudiendo aplicarse ventajosamente los principios que hemos establecido para las divisiones de la primera clase, mas que á los divisores que tienen por segundas cifras 3, 4, 5, 6, 7 ú 8, y que comienzan con dos cifras superiores á 27, hemos tenido que formar otras clases, cada una de las cuales presentase un caracter particular y capaz de hacer desaparecer el mayor número posible de dificultades.

La segunda clase comprende todos los divisores que comienzan con los números 19, 29, 39, 49...99.

En esta clase de division, si tomamos por base para nuestra apreciacion del cuociente la cifra inmediatamente superior á la primera del divisor, estamos sin duda alguna mas cerca de la verdad que conservando aquella primer cifra. Efectivamente: 39, por ejemplo, está mucho mas cerca de 40 que de 30.

Por otra parte, es evidente que cuanto mas elevado es el divisor, tanto mas bajo es el cuociente: luego dividiendo un número por 40, tomado por 39, tendremos el cuociente presunto menor posible, y no podremos dudar, sino con motivo de una cifra mas elevada.

Para que este cuociente pudiese aumentarse con una unidad, todavía sería preciso que la resta de ensayo fuese una primera cifra igual á la primera del divisor; pues si el divisor no tiene mas que dos cifras, esta resta no se hallará nunca reducida á menos sino en su segunda cifra, y por efecto del aumento que hacemos adquirir al producto, que ha de sustraerse, añadiendo 1 unidad á 39, y multiplicando esta unidad por el cuociente presunto.

Está desde luego fuera de toda duda que, si el dividendo es múltiple del divisor 39, y hacemos la division por 40, á título de ensayo, la resta, aumentada con el cuociente, será igual al divisor.

EJEMPLO.

Dividiendo 117 por 40, tomado por 39, diré: ¿en 117 cuantas veces 40? 2 para 80, resta 37, igual á 39—2, cuociente presunto.

De aquí se sigue, que este cociente debe aumentarse con una unidad, en atención á que la resta de ensayo presenta las decenas del divisor efectivo, y que su segunda cifra será igual á la del divisor, si se le restituyen las 2 unidades con que fué disminuido á causa de la multiplicacion de 40, en vez de 39, por el cociente presunto.

De todo lo dicho resulta: primero; que si la resta de ensayo es inferior á la primera cifra del divisor, no tendremos que hacer ningun ensayo, en mas ó menos, del cociente presunto.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 1800 & 399 \\ 204 & 4 \end{array}$$

En la ejecucion digo: ¿en 18 cuantas veces 4? 4 para 16, resta 2, inferior á la primera cifra del divisor, luego este no está contenido mas que 4 veces.

Segundo: que aun cuando la resta de ensayo sea igual á la primera cifra del divisor, no debe aumentarse el cociente presunto con una unidad, mientras que este cociente y la segunda cifra del dividendo (si el ensayo se hace solo con la primera: ó la tercera (si el ensayo es con las dos primeras) no compongan un total igual á 9.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 868 & 290 \\ 288 & 2 \end{array}$$

Si digo ¿en 8 cuantas veces 3? 2 para 6, resta 2, igual á la primera cifra del divisor, veo que la segunda cifra del dividendo, 6, y la del cuociente presunto, 2, no componen un total de 9; y de ello infero que el divisor no está contenido mas que dos veces en el dividendo: escribo pues 2, al cuociente sin mas pruebas.

SEGUNDO EJEMPLO DEL MISMO PRINCIPIO:

$$\begin{array}{r|l} 3429 & 490 \\ 489 & 6 \end{array}$$

¿En 34 cuantas veces 5? 6 para 30, resta 4, igual á la primera cifra del divisor; y como observo que la tercera del dividendo y la del cuociente presunto no componen mas que 9, pongo 6 al cuociente sin ensayar.

**TERCER EJEMPLO EN EL CUAL EL CUOCIEN-
TE HA DE SUFRIR UN DOBLE ENSAYO.**

$$\begin{array}{r|l} 1979 & 396 \\ 395 & 4 \end{array}$$

¿En 19 cuantas veces 4? 4 para 16, resta 3, igual á la primera cifra del divisor: componiendo mas de 9 la tercera del dividendo y la del cuociente presunto ($7+4=11$) hago otro ensayo mas; pero entonces, conforme con los principios de la primera clase, aplicables á todas las otras en caso de doble ensayo, digo: ¿en 19 cuantas veces 3? 5 para

15, resta 4, inferior en una unidad al cociente presunto 5: lo cual me obliga á continuar el ensayo. Bajo mentalmente el 7 á la derecha de la resta 4, y tengo 47; multiplicando los dos *factores-bases* obtengo 45, que quito de 47, resta 2, inferior en 3 al cociente presunto 5; lo que prueba que el divisor no está contenido mas que 4 veces.

CUARTO EJEMPLO EN EL CUAL EL CUOCIENTE DEBE AUMENTARSE CON UNA UNIDAD.

$$\begin{array}{r|l} 2379 & 591 \\ 15 & 4 \end{array}$$

¿En 23 cuantas veces 6? 3 para 18, resta 5, igual á la primera cifra del divisor; y como la tercera del dividendo, 7, y la del cociente presunto, 3, componen mas de 9, ensayo; 4 veces para 20, resta 3, que no es inferior mas que en 1 al cociente presunto; continuando el ensayo, digo: 3, de resta, colocado delante del 7 del dividendo igual 37; multiplicando los dos *factores-bases* (4 x 9) digo: 36 de 37, resta 1, igual á la tercera cifra del divisor, y escribo 4 al cociente.

Las observaciones á que nos hemos dedicado, á fin de calcular las ventajas de nuestro procedimiento, nos han demostrado que las $\frac{4}{9}$ partes de las divisiones de la segunda clase no deben necesitar ningun tanteo.

Vamos por fin á ejecutar algunas divisiones pues-

tas al acaso, para demostrar la exactitud de esta asercion y formular las espresiones que conviene emplear para procurar á los discípulos habilidad y exactitud.

$$\begin{array}{r|l}
 1048645 & 2964 \\
 15944 & 353 \\
 11245 & \\
 2353 &
 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 10 cuantas veces 3? 3 para 9, resta 1, inferior á 2 (primer cifra del divisor): escribo 3 al cuociente sin ensayar: *multiplicaciones y sustracciones*: 12 y 4 (que pongo bajo el dividendo) 16, retengo 1; 19 (comprendida la retenida) y 9, 28; retengo 2; 29 y 5, 34, retengo 3; 9 y 1, 10; bajo el 4.

¿En 15 cuantas veces 3? 5 para 15, resta 0, inferior á 2, (pongo 5 al cuociente sin ensayar); 20 y 4, 24, retengo 2; 32 y 2, 34, retengo 3; 48 y 1, 49, retengo 4; 14 y 1, 15; bajo el 5.

¿En 11 cuantas veces 3? 3 para 9, resta 2, igual á 2: mas no componiendo 9 la tercera cifra del dividendo parcial 2 y el cuociente presunto 3, escribo este cuociente sin ensayar: 12 y 3, 15; retengo 1; 19 y 5, 24, retengo 2; 29 y 3, 32, retengo 3; 9 y 2, 11.

$$\begin{array}{r|l}
 874389 & 3985 \\
 7738 & \underline{219} \\
 37539 & \\
 1674 &
 \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 8 cuantas veces 4? 2 para 8, resta 0, (escribo 2 al cuociente sin ensayar, porque la resta es inferior á la primera cifra del divisor) despues de hechas las multiplicaciones y sustracciones como arriba, bajo el 8.

¿En 7 cuantas veces 4? 1, resta 3, igual á 3; mas como la segunda cifra del dividendo parcial 7, y el cuociente presunto 1, no componen 9, escribo este cuociente sin ensayar.

¿En 37 cuantas veces 4? 9 para 36, resta 1, inferior á 3, y escribo 9 al cuociente.

Compréndese, pues, que siguiendo nuestro procedimiento, es mas elevada la primer cifra del divisor y que son menos los ensayos que hay que hacer.

Vamos á tratar de otro órden de ideas, antes de pasar á las divisiones de las otras clases, á fin de facilitar su ejecucion; es decir, que vamos á hacer nuevos ejercicios que tienen por objeto estender las facultades del discípulo para los cálculos mas complicados. Sin embargo, á la ejecucion de estos ejercicios deberá preceder todos los dias la ejecucion de las reglas aprendidas.

EJERCICIOS DE DIVISIONES SOBRE LAS DECENAS.

PRIMER EJERCICIO.

Ante todas cosas recordaremos al discípulo que poniendo un cero á la derecha de un número cualquiera, este número se hace 10 veces mayor, y que, por consiguiente, 4 toma esta forma 40, llamada cuarenta, 6 se convierte en 60; 9 en 90; 5 en 50; 7 en 70; 3 en 30; 2 en 20; 8 en 80 y 1 en 10.

Si contra toda probabilidad el discípulo ignorase ó hubiese olvidado esta facil parte de la numeracion, deberían hacérsele estudiar otra vez las tablas números 1, 2 y 4. Hecho esto tomamos la tabla número 6 y le mandamos ejecutar al discípulo la adición de cada aspecto, considerando como decenas los números de que está compuesto este aspecto. Para ello escribimos al encerado la primera línea en forma de decenas.

EJEMPLO.

30	20	20	30	20	20	20	40	30
40	70	40	60	50	30	60	50	50

El maestro ó el monitor preguntarán al discípulo

en estos términos ¿3 y 4 decenas? el discípulo responderá con seguridad y sin titubear, son 7 decenas: inmediatamente se le preguntará cuánto valen 7 decenas; lo cual deberán enseñarle al instante si lo ignorase. Se enseñará toda la línea del mismo modo, y despues se pasará á las siguientes preguntas ¿30 y 40? 20 y 70? 20 y 40? &c. Iguales ejercicios se practicarán en todas las líneas de la tabla número 6, y no se abandonarán hasta conseguir que cada discípulo los ejecute con perfeccion y rapidez.

SEGUNDO EJERCICIO.

En seguida se harán algunas adiciones de esta clase sobre las mismas decenas, con adjuncion de unidades á uno de los números de cada aspecto.

EJEMPLO.

31	27	23	39	25	28	22	46	34
40	70	40	60	50	30	60	50	50

Se preguntará al discípulo en esta forma ¿30 y 40? y, subsidiariamente, 31 y 40? 20 y 70? 27 y 70? y así sucesivamente. A continuacion el discípulo, sin auxilio del maestro, deberá decir la suma de cada aspecto: 71, 97, 64..... 84. Este doble ejercicio se ha de seguir en toda la tabla.

Del mismo modo se harán también estos ejercicios sobre los aspectos de las tablas números 7 y 8.

EJEMPLO.

130	120	120	130	120	120	120	140	130
40	70	40	60	50	30	60	50	50

Preguntas: ¿13 y 4 decenas? 12 y 7 decenas? &
130 y 40? 120 y 70?.....130 y 50?
131 y 40? 127 y 70?.....134 y 50?

TERCER EJERCICIO.

Luego que los discípulos hagan los ejercicios anteriores con ligereza y sin vacilaciones, se les pondrá á multiplicar decenas por unidades, tomadas unas y otras de la tabla número 6.

EJEMPLO.

30	20	20	30	20	20	20	40	30
4	7	4	6	5	3	6	5	5

Primeramente se les harán multiplicar las cifras significativas, tales como 4 veces 3, 7 veces 2..... 5 veces 3; en seguida se les preguntará cuánto valen 12 decenas, 14 decenas, 8 decenas..... 15 decenas,

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

y por fin 4 veces 30, 7 veces 20..... y 5 veces 30, continuando de este mismo modo en las otras líneas de la tabla número 6.

Para ejecutarse estos ejercicios con toda perfeccion basta ocuparse en ellos solo algunos dias.

CUARTO EJERCICIO.

31	22	21	32	22	21	22	41	31
4	7	4	6	5	3	6	5	5

Preguntas: ¿4 veces 30? 1 vez 4? 120 y 4? 7 veces 20? 7 veces 2? 140 y 14? &c. El discípulo acabará por solo decir; sobre el primer aspecto 120 y 4, 124; sobre el segundo 140 y 14, 154; sobre el tercero 80 y 4, 84; sobre el cuarto 180 y 12, 192: hágasele notar que debe dirigir su vista primero á los factores de las decenas y en seguida á las unidades.

La tabla número 6 será toda ella objeto de ejercicios parecidos, los cuales son de la mayor importancia, y no deben abandonarse sino despues de una perfecta ejecucion. En llegando este caso, los discípulos estarán ya en disposicion de hacer las divisiones de la tercera, cuarta y quinta clase.

DIVISIONES DE TERCERA CLASE.

Estas divisiones tienen por cifras primeras en los divisores, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, y 90; y se

ejecutan no ya sobre unidades, sino sobre decenas y centenas.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 654484 & 2058 \\
 3708 & 318 \\
 16504 & \\
 40 &
 \end{array}$$

Las divisiones de esta clase se practicarán conforme los principios de la primera: los factores se componen solo de la tercera cifra del divisor y del cuociente presunto.

ESPRESIONES: ¿en 65 cuántas veces 20? 3 para 60, resta 5, superior al menor de los *factores-bases*; lo que prueba que 3 conviene para cuociente. Multiplicando y sustrayendo, digo: 24 igual 24, pongo 0 al dividendo y retengo 2; 17 y 7, 24, retengo 2, 62 y 3, 65, bajo el 8.

¿En 37 cuántas veces 20? 1 vez para 20, resta 17, mayor que los *factores-bases*; pongo, pues, 1 al cuociente, y procediendo como arriba digo: 8 igual 8; 5 y 5, 10, retengo 1; 21 y 6, 27; 27 y 10, 37; bajo el 4.

¿En 165 cuántas veces 20? (es como si preguntase en 16 cuántas veces 2): 8 para 160, resta 5, igual al *factor-base* menor; de consiguiente pongo 8 al cuociente sin ensayar, y digo en seguida: 64 igual 64, retengo 6; 46 y 4, 50, retengo 5; 165 igual 165.

OTRO EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 185943 & 6085 \\ 3393 & 30 \\ \hline \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿En 185 cuantas veces 60? (es como si dijese ¿en 18 cuántas veces 6?) 3 para 180, resta 5, mayor que el *factor-base* mas pequeño; luego pongo 3 sin ensayar. *Multiplicaciones y sustracciones*; 15 y 9, 24, retengo 2; 26 y 3, 29, retengo 2; 182 y 3, 185; bajo el 3.

No estando 60 contenido en 33, escribo 0 al cociente.

CUARTA CLASE.

Esta clase comprende todos los divisores cuyas dos primeras cifras son 21, 31, 41, 51, 61,....91.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 443659 & 2185 \\ 6659 & 203 \\ 104 & \\ \hline \end{array}$$

Las divisiones de esta clase deben ejecutarse con la misma facilidad que las de la tercera; pues que el

producto de la multiplicacion de las dos primeras cifras del divisor por el cuociente, no difiere mas que en lo tocante á la unidad del segundo órden.

$$20 \times 2 = 40; \text{ y } 21 \times 2 = 42.$$

Basta, pues, para la apreciacion del cuociente, que despues de reconocer cuantas veces están contenidas en el dividendo parcial las dos cifras primeras del divisor, se multipliquen estas decenas, añadiendo al producto la cifra presunta del cuociente.

En el ejemplo anterior decimos: ¿en 44 cuantas veces 21? (es como si dijéramos ¿en 4 cuantas veces 2?) 2 para $40 + 2$ del cuociente presunto, son 42, resta 2, igual al menor de los *factores-bases*, (2×8) y escribo 2 al cuociente sin ensayar. *Multiplicaciones y sustracciones*: 10 y 6, 16; retengo 1; 17 y 6, 23, retengo 2; 42 y 2 de la retencion, 44, igual 44: bajo el 5.

No hallándose el 21 contenido en 6, escribo 0 al cuociente y bajo 9.

¿En 66 cuantas veces 21? 3 para $60 + 3$ del cuociente presunto, 63, resta 3, igual al menor de los *factores-bases* (3×8); escribo 3 al cuociente; 15 y 4, 19, retengo 1; $25 = 25$, retengo 2; $63 + 2$ de retencion = 65; $65 + 1 = 66$.

QUINTA CLASE.

Esta clase comprende todos los divisores que comienzan con los números 22, 32, 42, 52.....92.

Habiendo conseguido los discípulos hacer con suma destreza mentalmente todas las adiciones, sustracciones y multiplicaciones que entran en la division, no debe serles mucho mas difícil el hacer las de la quinta clase, aun en el caso especial de que se trate de unir al producto de las decenas de las dos primeras cifras de la division la doble del cuociente presunto, para tener el producto real de estas dos primeras cifras.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 25204358 & 6295 \\
 24358 & \underline{4003} \\
 5473 &
 \end{array}$$

¿En 252 cuantas veces 62? (es como en 25 cuantas veces 6) 4 para 24 decenas ó 240, mas el doble del cuociente presunto ó $240+8=248$; resta 4, igual al menor de los *factores-bases*; (4×9) pongo, pues, 4 al cuociente sin ensayar; y despues de multiplicar y sustraer como anteriormente, bajo el 3: observo que despues de bajar sucesivamente el 3 y el 5 no está contenido el divisor, pongo dos ceros al cuociente y bajo el 8.

¿En 243 cuantas veces 62? (es como en 24 cuantas veces 6) 4 para 24 decenas ó 240 mas dos veces el cuociente presunto ó $240+8=248$, que es mayor que 243 del dividendo: luego el divisor no está contenido mas que 3 veces, que escribo, sin mas ensayar, al cuociente.

Aunque á primera vista pueda parecer mas fácil el hacer estas divisiones por la primera cifra del divisor, nosotros podemos asegurar que nuestros discípulos han conseguido ejecutarlas segun nuestro método con muchísima mas exactitud y ligereza.

SESTA CLASE.

Esta clase se compone de todos los divisores que comienzan con los números 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 y 18.

Las divisiones de esta clase, que son las mas difíciles para los niños mientras se vén precisados á indagar cuántas veces está contenida la primera cifra del divisor en la primera del dividendo, se les hacen las mas fáciles luego que conocen los nueve primeros múltiplos de los números anteriores; porque entonces toman dos cifras al dividendo para buscar el cuociente. Someteremos, pues, ante todo nuestros discípulos á un ejercicio que debe facilitarles este conocimiento.

En cuanto á facilitarles el hallar sin fatiga los productos de los dos primeros números 10 y 11, nos bastará hacerles observar que un número cualquiera, multiplicado por 10, se hace diez veces mayor y no cambia de forma mas que por la union de un 0 colocado á su derecha.

EJEMPLO.

$$10 \times 6 = 60; \quad 10 \times 3 = 30; \quad 10 \times 8 = 80 \text{ \&c.}^a$$

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

Así mismo le haremos notar, que todo número de las unidades del primer orden, multiplicado por 11, toma una forma doble fácil de retener.

EJEMPLO.

$$11 \times 6 = 66; 11 \times 5 = 55; 11 \times 8 = 88; 11 \times 2 = 22;$$
$$11 \times 4 = 44; 11 \times 7 = 77; 11 \times 9 = 99; 11 \times 3 = 33.$$

Para los otros múltiples, que estudiaremos alternativa y separadamente, escribiremos en el encerado ó pizarra cada múltiple con sus dos factores á la vista; evitando, no obstante, el orden regular de su graduacion. (Véase la tabla número 15.)

Hacemos leer al discípulo desde luego todas las líneas del primer cuadro; en seguida borramos el primer producto y se lo hacemos repetir sin verlo; borramos también el segundo, y repite los dos, continuando así con los demas: aquellos que él no pudiese decir, deberían restablecerse y borrarse hasta que consiguiese recitarlos todos. Luego que los conozca bien, se volverán á escribir sobre el encerado del cual se borraron también, unos despues de otros, los factores de unidades simples; y en este estado se le harán las siguientes preguntas.

¿En 72 cuantas veces 12? en 24 cuántas veces 12?
Este doble ejercicio se repetirá por tanto tiempo como el discípulo conserve la menor duda sobre sus resultados.

En esta leccion se observará rigorosamente, co-

mo en las anteriores; el precepto de no pasar de uno á otro cuadro de la tabla antes que el discípulo se halle en disposicion de decir sin vacilacion y con ligereza todos los productos y los factores borrados.

Cuando el discípulo se halle en disposicion de decir todos estos productos y factores para todos los cuadros de la tabla, podrá hacer desde luego las divisiones de la sesta clase; de las cuales vamos á poner algunos ejemplos.

PRIMER EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 4485694 & 10858 \\
 14249 & \underline{413} \\
 33914 & \\
 1340 &
 \end{array}$$

Siempre que la segunda cifra del dividendo parcial es igual ó superior á la primera, se debe estar persuadido de que puede escribirse esta al cuociente sin ensayar: si dicha segunda cifra es menor que la primera, pero igual ó superior á la tercera del divisor, se puede del mismo modo poner la primera al cuociente sin ensayar. Una cifra del cuociente no puede ser mayor que la primera del dividendo parcial á la cual debe aquella su existencia, á no ser cuando tomamos tres cifras del dividendo por dos del divisor.

En el anterior ejemplo decimos: ¿en 44 cuántas veces 10? 4 veces, sin ensayar; porque la segunda

del dividendo es igual á la primera. *Multiplicación y sustracción*: 32 y 4, 36, retengo 3; 23 y 2, 25, retengo 2; 34 y 4, 38, retengo 3; 43 y 1, 44, y bajo el 9.

¿En 14 cuántas veces 10? 1; por ser la segunda cifra del dividendo mayor que la primera; (se sigue la operación como arriba) bajo el 4.

¿En 33 cuántas veces 10? 3; por ser la segunda cifra del dividendo igual á la primera.

Con echar una mirada sobre la segunda cifra de cada dividendo parcial, hubiéramos podido limitarnos á escribir al cociente la primera sin ninguna investigación.

SEGUNDO EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 5200049 & 10254 \\
 73049 & \underline{507} \\
 \hline
 1271 &
 \end{array}$$

Escribirémos al cociente la primera cifra del dividendo; porque la segunda es igual á la tercera del divisor.

No estando contenido el divisor en el segundo dividendo parcial, pondremos 0 al cociente. Después escribiremos al cociente la primera cifra del tercer dividendo parcial, porque su segunda cifra es mayor que la tercera del divisor.

En el caso que, según las previsiones de los principios de la primera clase, la segunda cifra del dividendo fuese inferior en 1 ó 2 unidades á su pri-

mera ó á la tercera del divisor, se practicaría un ensayo de la primera cifra como cuociente: si la diferencia fuese de 3, al menos, se llevaría al cuociente la primera cifra del dividendo despues de disminuirla en una unidad.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 855454 & 10854 \\ 95674 & \underline{78} \\ 3842 & \end{array}$$

Siendo la segunda cifra del dividendo, inferior en tres unidades á la primera, escribiremos esta con una unidad de menos. Lo mismo practicaremos con el segundo dividendo, cuya segunda cifra es inferior en tres unidades á la tercera del divisor.

Las observaciones precedentes, no se refieren mas que á los divisores que comienzan por 10. En cuanto á las divisiones que van á seguir, procederemos como en las clases cuarta y quinta.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} 10854385 & 11428 \\ 56918 & \underline{949} \\ 112065 & \\ 9213 & \end{array}$$

ESPRESIONES: ¿en 108 cuantas veces 11? 9 para 99, resta 9, mayor que el menor de los *factores-bases* (9x4). *Multiplicacion y sustraccion*: 72 y 1,

8

73, retengo 7; 25 y 9, 34, retengo 3; 39 y 6, 45, retengo 4; 103 y 5, 108, bajo el 8.

¿En 56 cuantas veces 11? si digo 5 para 55, resta 1, veo que esta resta es inferior en tres unidades á la tercera cifra del divisor, y pongo 4 al cuociente (multiplicacion y sustraccion como arriba): bajo el 5 y digo: ¿en 112 cuantas veces 11? 9 para 99, resta 13; ya se sabe que el 9 puede cubrir las mayores retenidas; escribo, pues, desde luego y sin ensayar, 9 al cuociente, y hago la multiplicacion y sustraccion.

OTRO EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l}
 1150045 & 1274 \\
 3445 & 902 \\
 \hline
 & 897
 \end{array}$$

¿En 115 cuantas veces 12? 9 para 108, resta 7, igual al *factor-base* menor, y pongo 9 al cuociente sin ensayar &.^a No estando el divisor contenido en el segundo dividendo parcial, pongo 0 al cuociente y sigo: ¿en 34 cuantas veces 12? 2 para 24, resta 10, que basta y sobra. Del mismo modo se procederá con los divisores por 13, 14, 15, 16 17 y 18.

Pensamos que así los maestros como los discípulos habrán entendido ya lo bastante nuestros ejercicios para que nos sea permitido terminar aquí nuestro trabajo, el cual no se estiende mas allá de las cuatro primeras operaciones de la Aritmética.

Sin embargo; creemos deber dar á conocer á

nuestros lectores otro procedimiento sumamente sencillo y cómodo, con cuyo auxilio algunos discípulos de la mas tierna edad, sabiendo las tres primeras reglas con la destreza que facilita el método, han conseguido en muy poco tiempo ejecutar todas las divisiones con la mayor ligereza y exactitud.

Nosotros nos hubiéramos atendido á este procedimiento si no hubiéramos temido dejar ignorantes á nuestros discípulos de la marcha generalmente seguida, y mas principalmente, perjudicar á la uniformidad de la enseñanza elemental. Nos concretaremos, pues, á publicar una sencilla reseña ó indicacion de este procedimiento que, por lo demas, está fundado en este axioma de Aritmética » se pueden multiplicar y dividir los dos términos de una division por un mismo número sin cambiar por ello el cuociente.»

Consiste efectivamente, en multiplicar por un número simple los dos términos de toda division, para llevar las dos primeras cifras del divisor á los números 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19; lo que hace que las 89 variantes, que la casualidad nos ofrece en los divisores, queden reducidas á 10.

De este modo, el estudio de la division estaría reducido al conocimiento de los múltiplos de aquellos 10 números, entre los cuales los de 10 y 11 tienen todavía una forma particular que no necesita ningun trabajo.

Respecto á las cifras que deben servir de multiplicadores á los dos términos de las divisiones no puede darse cosa mas sencilla.

EJEMPLO.

Comenzando los divisores por los números
de 20 á $24 \times 5 =$ de 10 á 12
de 25 á $33 \times 4 =$ de 10 á 13
de 34 á $49 \times 3 =$ de 10 á 14
de 50 á $79 \times 2 =$ de 10 á 15
de 80 á $84 \times 2 =$ » 16
de 85 á $89 \times 2 =$ » 17
de 90 á $94 \times 2 =$ » 18
de 95 á $99 \times 2 =$ » 19

Todas las divisiones se harían, pues, por 10, 11, 12.....19; números, que por medio de los ejercicios que prescribimos para la sexta clase, y de los principios establecidos para la primera, se harían de tal modo familiares así á los ya contadores como á los discípulos, que la division no presentaría ninguna dificultad.

Es cierto que habría un aumento de trabajo ocasionado por la multiplicacion del dividendo y del divisor; mas la celeridad y exactitud propias de mi método y, además, la facilidad de ejecucion que resultaría de la costumbre de operar con tan pocas cifras, compensarían, sin duda con ventaja, el tiempo invertido en hacer aquella multiplicacion.

Por ejemplo; que se trate de esta division, cuyos dos términos multiplicaré por 4.

$$\begin{array}{r} 53485658 : 26458 \\ \hline 13942632 05832 \\ 227863 021 \\ 161992 \\ 56160 \end{array}$$

Seguramente estoy menos tiempo para hacerla en los últimos términos que en los primeros; puesto que no tengo que copiar al cociente las primeras cifras de cada dividendo parcial, siguiendo las reglas dadas en la sexta clase, al tratar de los divisores que tienen por primeras cifras el número 10.

Por lo demás, no se puede negar que tomando dos cifras al divisor para determinar cada cifra del cociente, nuestra apreciación fué mas fácil, que utilizando una cifra solamente.

Si he tomado por ejemplo esta division, es porque las que tendríamos que ejecutar por 10 y 11, despues de la trasformacion de los divisores de 20 á 50, son las mas numerosas; y tanto mas preferentes, cuanto que los divisores de 20 á 50 son los que presentan mayores dificultades á los discípulos, sobre todo cuando la segunda cifra es elevada..

BND

Se autoriza la copia para la investigación.
© Gobierno de Navarra

TABLA 1.ª

Numeracion.

4	9	2	6	8	5	1	7	3
40	90	20	60	80	50	10	70	30
47	92	29	63	81	56	14	75	38
42	97	23	69	86	54	18	71	35
49	95	27	62	84	58	13	76	31
41	99	22	68	85	53	16	74	39
45	93	26	64	82	51	19	77	33
48	91	24	66	87	59	15	72	37
43	98	21	65	89	52	17	78	32
46	94	25	61	88	57	12	73	36
44	96	28	76	83	55	11	79	34

TABLA 2.ª

4	9	2	6	8	5	1	7	3
40	90	20	60	80	50	10	70	30
400	900	200	600	800	500	100	700	300
414	912	215	611	813	516	119	717	318
422	929	223	625	826	521	124	728	327
439	934	237	632	831	533	138	736	335
443	947	246	644	849	548	141	745	342
458	953	254	659	852	555	157	751	356
467	965	268	666	864	562	163	769	361
471	976	272	677	878	574	175	773	379
485	981	289	688	887	582	186	784	383
496	998	291	693	895	599	192	797	394
401	904	207	605	809	503	106	702	308
410	920	230	660	840	570	150	790	380

TABLA 3.ª

1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
5	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
6	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
7	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
8	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
	100									

TABLA 4.^a

Trillones.	Billones.	Millones.	Millares.	Unidades.
				304
			3	008
			20	030
			300	400
		8	009	048
		90	018	627
		700	206	509
	6	004	000	212
	70	069	085	068
	808	313	500	900
5	402	805	403	708
40	008	547	390	014
608	023	203	497	342

TABLA 5.^a (en cinco partes.)

Ejercicios de adición y multiplicación para el estudio sin maestro.

PRIMERA PARTE.

Productos.	Sumas.								
1 2	7	3							
		4							
1 4	9	2 3							
		7 4							
8	6	2 2 3							
		4 7 4							
1 8	9	3 2 2 3							
		6 4 7 4							
1 0	7	2 3 2 2 3							
		5 6 4 7 4							
6	5	2 2 3 2 2 3							
		3 5 6 4 7 4							
1 2	8	2 2 2 3 2 2 3							
		6 3 5 6 4 7 4							
2 0	9	4 2 2 2 3 2 2 3							
		5 6 3 5 6 4 7 4							
1 5	8	3 4 2 2 2 3 2 2 3							
		5 5 6 3 5 6 4 7 4							
Lin. ^a recapitulativa.		3 2 2 3 2 2 2 4 3							
		4 7 4 6 5 3 6 5 5							
La misma invertida.		4 7 4 6 5 3 6 5 5							
		3 2 2 3 2 2 2 4 3							

SEGUNDA PARTE.

Productos.	Sumas.	
5 6	1 5	7 8
4 8	1 4	<u>6 7</u> 8 8
2 1	1 0	<u>3 6 7</u> 7 8 8
7 2	1 7	<u>8 3 6 7</u> 9 7 8 8
2 4	1 1	<u>3 8 3 6 7</u> 8 9 7 8 8
6 3	1 6	<u>7 3 8 3 6 7</u> 9 8 9 7 8 8
3 0	1 1	<u>5 7 3 8 3 6 7</u> 6 9 8 9 7 8 8
5 4	1 5	<u>6 5 7 3 8 3 6 7</u> 9 6 9 8 9 7 8 8
2 4	1 0	<u>4 6 5 7 3 8 3 6 7</u> 6 9 6 9 8 9 7 8 8
		<u>7 6 3 8 3 7 5 6 4</u> 8 8 7 9 8 9 6 9 6
		<u>8 8 7 9 8 9 6 9 6</u> 7 6 3 8 3 7 5 6 4
		<u>3 2 2 3 2 2 2 4 3</u> 4 7 4 6 5 3 6 5 5

TERCERA PARTE.

Productos.	Sumas.									
		2								
18	11	9	.							
		<hr/>								
		2	2							
16	10	8	9							
		<hr/>								
		4	2	2						
36	13	9	8	9						
		<hr/>								
		5	4	2	2					
40	13	8	9	8	9					
		<hr/>								
		4	5	4	2	2				
32	12	8	8	9	8	9				
		<hr/>								
		5	4	5	4	2	2			
45	14	9	8	8	9	8	9			
		<hr/>								
		6	5	4	5	4	2	2		
42	13	7	9	8	8	9	8	9		
		<hr/>								
		3	6	5	4	5	4	2	2	
27	12	9	7	9	8	8	9	8	9	
		<hr/>								
		5	3	6	5	4	5	4	2	2
35	12	7	9	7	9	8	8	9	8	9
		<hr/>								
		2	2	4	5	4	5	6	3	5
		<hr/>								
		9	8	9	8	8	9	7	9	7
		<hr/>								
		2	2	4	5	4	5	6	3	5
		<hr/>								
		7	6	3	8	3	7	5	6	4
		<hr/>								
		8	8	7	9	8	9	6	9	6
		<hr/>								
		3	2	2	3	2	2	2	4	3
		<hr/>								
		4	7	4	6	5	3	6	5	5

CUARTA PARTE.

Productos. Sumas.

2	8	1	1	4						
				7						
8	9	1		4						
		8		7						
2	3	1			1			4		
		2			8			7		
5	6	1				1				
		5				2 8 7				
9	10	1					1			
		9					5 2 8 7			
3	4	1					1			
		3					9 5 2 8 7			
6	7	1							4	
		6							3 9	
4	5	1								4
		4								6 3 9 5 2 8 7
7	8	1								
		7								
		4								
		7								
		7								
		4								
		9								
		2								
		8								
		7								
		4								
		3								

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

QUINTA PARTE.

Productos. Sumas.

9	6	3							
		3							
49	14	7	3						
		7	3						
25	10	5	7	3					
		5	7	3					
4	4	2	5	7	3				
		2	5	7	3				
64	16	8	2	5	7	3			
		8	2	5	7	3			
16	8	4	8	2	5	7	3		
		4	8	2	5	7	3		
36	12	6	4	8	2	5	7	3	
		6	4	8	2	5	7	3	
81	18	9	6	4	8	2	5	7	3
		9	6	4	8	2	5	7	3
1	2	1	9	6	4	8	2	5	7
		1	9	6	4	8	2	5	7
		3	7	5	2	8	4	6	9
		3	7	5	2	8	4	6	9
		4	1	1	1	1	1	1	1
		7	8	2	5	9	3	6	4
		2	2	4	5	4	5	6	3
		7	8	9	8	8	9	7	9
		7	6	3	8	3	7	5	6
		8	8	7	9	8	9	6	9
		3	2	2	3	2	2	2	4
		4	7	4	6	5	3	6	5

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

TABLA 6.^a

3 4	2 7	2 4	3 6	2 5	2 3	2 6	4 5	3 5
7 8	6 8	3 7	8 9	3 8	7 9	5 6	6 9	4 6
2 9	2 8	4 9	5 8	4 8	5 9	6 7	3 9	5 7
4 7	1 8	1 2	1 5	1 9	1 3	1 6	1 4	1 7
3 3	7 7	5 5	2 2	8 8	4 4	6 6	9 9	1 1

TABLA 7.^a (en cinco partes.)

PRIMERA PARTE.

3	2	2	3	2	2	2	4	3
4	7	4	6	5	3	6	5	5
13	12	12	13	12	12	12	14	13
4	7	4	6	5	3	6	5	5
23	22	22	23	22	22	22	24	23
4	7	4	6	5	3	6	5	5
33	32	32	33	32	32	32	34	33
4	7	4	6	5	3	6	5	5
43	42	42	43	42	42	42	44	43
4	7	4	6	5	3	6	5	5
53	52	52	53	52	52	52	54	53
4	7	4	6	5	3	6	5	5
63	62	62	63	62	62	62	64	63
4	7	4	6	5	3	6	5	5
73	72	72	73	72	72	72	74	73
4	7	4	6	5	3	6	5	5
83	82	82	83	82	82	82	84	83
4	7	4	6	5	3	6	5	5
93	92	92	93	92	92	92	94	93
4	7	4	6	5	3	6	5	5
10	10	10	10	10	10	10	10	10
4	9	3	1	7	5	8	6	2

SEGUNDA PARTE.

7	6	3	8	3	7	5	6	4
8	8	7	9	8	9	6	9	6
17	16	13	18	13	17	15	16	14
8	8	7	9	8	9	6	9	6
27	26	23	28	23	27	25	26	24
8	8	7	9	8	9	6	9	6
37	36	33	38	33	37	35	36	34
8	8	7	9	8	9	6	9	6
47	46	43	48	43	47	45	46	44
8	8	7	9	8	9	6	9	6
57	56	53	58	53	57	55	56	54
8	8	7	9	8	9	6	9	6
67	66	63	68	63	67	65	66	64
8	8	7	9	8	9	6	9	6
77	76	73	78	73	77	75	76	74
8	8	7	9	8	9	6	9	6
87	86	83	88	83	87	85	86	84
8	8	7	9	8	9	6	9	6
97	96	93	98	93	97	95	96	94
8	8	7	9	8	9	6	9	6
20	20	20	20	20	20	20	20	20
9	3	7	5	8	2	4	6	1

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

TERCERA PARTE.

2	2	4	5	4	5	6	3	5
9	8	9	8	8	9	7	9	7
12	12	14	15	14	15	16	13	15
9	8	9	8	8	9	7	9	7
22	22	24	25	24	25	26	23	25
9	8	9	8	8	9	7	9	7
32	32	34	35	34	35	36	33	35
9	8	9	8	8	9	7	9	7
42	42	44	45	44	45	46	43	45
9	8	9	8	8	9	7	9	7
52	52	54	55	54	55	56	53	55
9	8	9	8	8	9	7	9	7
62	62	64	65	64	65	66	63	65
9	8	9	8	8	9	7	9	7
72	72	74	75	74	75	76	73	75
9	8	9	8	8	9	7	9	7
82	82	84	85	84	85	86	83	85
9	8	9	8	8	9	7	9	7
92	92	94	95	94	95	96	93	95
9	8	9	8	8	9	7	9	7
30	30	30	30	30	30	30	30	30
9	3	7	5	8	2	4	6	1

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

CUARTA PARTE

4	1	1	1	1	1	1	1	1
7	8	2	5	9	3	6	4	7
14	11	11	11	11	11	11	11	11
7	8	2	5	9	3	6	4	7
24	21	21	21	21	21	21	21	21
7	8	2	5	9	3	6	4	7
34	31	31	31	31	31	31	31	31
7	8	2	5	9	3	6	4	7
44	41	41	41	41	41	41	41	41
7	8	2	5	9	3	6	4	7
54	51	51	51	51	51	51	51	51
7	8	2	5	9	3	6	4	7
64	61	61	61	61	61	61	61	61
7	8	2	5	9	3	6	4	7
74	71	71	71	71	71	71	71	71
7	8	2	5	9	3	6	4	7
84	81	81	81	81	81	81	81	81
7	8	2	5	9	3	6	4	7
94	91	91	91	91	91	91	91	91
7	8	2	5	9	3	6	4	7
40	40	40	40	40	40	40	40	40
7	1	9	5	8	3	6	2	4

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

QUINTA PARTE.

3	7	5	2	8	4	6	9	1
3	7	5	2	8	4	6	9	1
13	17	15	12	18	14	16	19	11
3	7	5	2	8	4	6	9	1
23	27	25	22	28	24	26	29	21
3	7	5	2	8	4	6	9	1
33	37	35	32	38	34	36	39	31
3	7	5	2	8	4	6	9	1
43	47	45	42	48	44	46	49	41
3	7	5	2	8	4	6	9	1
53	57	55	52	58	54	56	59	51
3	7	5	2	8	4	6	9	1
63	67	65	62	68	64	66	69	61
3	7	5	2	8	4	6	9	1
73	77	75	72	78	74	76	79	71
3	7	5	2	8	4	6	9	1
83	87	85	82	88	84	86	89	81
3	7	5	2	8	4	6	9	1
93	97	95	92	98	94	96	99	91
3	7	5	2	8	4	6	9	1
50	50	50	50	50	50	50	50	50
7	1	9	5	8	3	6	2	4

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

TABLA 8.ª (en cuatro partes.)

PRIMERA PARTE.

4	7	4	6	5	3	6	5	5
3	2	2	3	2	2	2	4	3
14	17	14	16	15	13	16	15	15
3	2	2	3	2	2	2	4	3
24	27	24	26	25	23	26	25	25
3	2	2	3	2	2	2	4	3
34	37	34	36	35	33	36	35	35
3	2	2	3	2	2	2	4	3
44	47	44	46	45	43	46	45	45
3	2	2	3	2	2	2	4	3
54	57	54	56	55	53	56	55	55
3	2	2	3	2	2	2	4	3
64	67	64	66	65	63	66	65	65
3	2	2	3	2	2	2	4	3
74	77	74	76	75	73	76	75	75
3	2	2	3	2	2	2	4	3
84	87	84	86	85	83	86	85	85
3	2	2	3	2	2	2	4	3
94	97	94	96	95	93	96	95	95
3	2	2	3	2	2	2	4	3
60	60	60	60	60	60	60	60	60
7	1	3	9	4	6	8	2	5

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

SEGUNDA PARTE.

8	8	7	9	8	9	6	9	6
7	6	3	8	3	7	5	6	4
18	18	17	19	18	19	16	19	16
7	6	3	8	3	7	5	6	4
28	28	27	29	28	29	26	29	26
7	6	3	8	3	7	5	6	4
38	38	37	39	38	39	36	39	36
7	6	3	8	3	7	5	6	4
48	48	47	49	48	49	46	49	46
7	6	3	8	3	7	5	6	4
58	58	57	59	58	59	56	59	56
7	6	3	8	3	7	5	6	4
68	68	67	69	68	69	66	69	66
7	6	3	8	3	7	5	6	4
78	78	77	79	78	79	76	79	76
7	6	3	8	3	7	5	6	4
88	88	87	89	88	89	86	89	86
7	6	3	8	3	7	5	6	4
98	98	97	99	98	99	96	99	96
7	6	3	8	3	7	5	6	4
70	70	70	70	70	70	70	70	70
5	2	8	6	4	9	3	1	7

TERCERA PARTE.

9	8	9	8	8	9	7	9	7
2	2	4	5	4	5	6	3	5
19	18	19	18	18	19	17	19	17
2	2	4	5	4	5	6	3	5
29	28	29	28	28	29	27	29	27
2	2	4	5	4	5	6	3	5
39	38	39	38	38	39	37	39	37
2	2	4	5	4	5	6	3	5
49	48	49	48	48	49	47	49	47
2	2	4	5	4	5	6	3	5
59	58	59	58	58	59	57	59	57
2	2	4	5	4	5	6	3	5
69	68	69	68	68	69	67	69	67
2	2	4	5	4	5	6	3	5
79	78	79	78	78	79	77	79	77
2	2	4	5	4	5	6	3	5
89	88	89	88	88	89	87	89	87
2	2	4	5	4	5	6	3	5
99	98	99	98	98	99	97	99	97
2	2	4	5	4	5	6	3	5
80	80	80	80	80	80	80	80	80
8	1	9	4	7	3	6	2	5

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

CUARTA PARTE.

7	8	2	5	9	3	6	4	7
4	1	1	1	1	1	1	1	1
17	18	12	15	19	13	16	14	17
4	1	1	1	1	1	1	1	1
27	28	22	25	29	23	26	24	27
4	1	1	1	1	1	1	1	1
37	38	32	35	39	33	36	34	37
4	1	1	1	1	1	1	1	1
47	48	42	45	49	43	46	44	47
4	1	1	1	1	1	1	1	1
57	58	52	55	59	53	56	54	57
4	1	1	1	1	1	1	1	1
67	68	62	65	69	63	66	64	67
4	1	1	1	1	1	1	1	1
77	78	72	75	79	73	76	74	77
4	1	1	1	1	1	1	1	1
87	88	82	85	89	83	86	84	87
4	1	1	1	1	1	1	1	1
97	98	92	95	99	93	96	94	97
4	1	1	1	1	1	1	1	1
90	90	90	90	90	90	90	90	90
8	4	6	2	9	1	6	3	5

9*

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

TABLA 9.^a (en ocho series.)

PRIMERA SERIE.

1	7	9	6	9	7	5	8	9	8
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	7	9	6	9	7	5	8	9	8
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
3	15	14	10	17	11	16	11	15	10
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	15	14	10	17	11	16	11	15	10
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

5	11	10	13	13	12	14	13	12	12
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	11	10	13	13	12	14	13	12	12
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
7	11	9	3	6	10	4	7	5	8
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
8	11	9	3	6	10	4	7	5	8
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
9	6	14	10	4	16	8	12	18	2
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

SEGUNDA SERIE.

1	8	11	9	13	12	11	15	17	17
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
2	9	12	10	14	13	12	16	18	9
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
3	16	16	13	21	16	22	18	23	19
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
4	17	17	14	22	17	23	19	24	11
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8

5	12	12	16	17	17	20	20	20	21
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
6	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	13	15	14	22	14	15	21	15	18
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
7	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
8	14	10	12	14	16	11	10	13	10
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
9	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	15	15	11	8	17	13	11	7	11
	7	1	6	5	1	7	5	7	4
8	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
	7	1	6	5	1	7	5	7	4
9	9	21	15	6	24	12	18	27	3
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

TERCERA SERIE.

1	12	18	16	15	13	20	18	20	19
	6	4	9	2	6	5	9	6	7
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
2	18	16	18	18	18	19	21	27	17
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
3	20	24	19	30	19	23	26	24	28
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
4	18	23	19	24	24	25	27	33	19
	3	4	3	6	3	1	2	1	2
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	3	4	3	6	3	1	2	1	2

5	21	20	17	25	26	21	22	23	29
	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	8	1	8	9	1	2	3	8	
5	8	3	2	8	4	4	5	1	
6	22	19	21	25	22	20	28	21	25
	5	1	3	3	6	9	2	2	4
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
9	4	7	3	8	5	7	6	7	
5	1	3	3	6	9	2	2	4	
7	23	19	19	15	18	18	18	21	17
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
9	9	7	1	2	7	8	8	7	
6	9	8	3	9	8	7	9	4	
8	22	16	17	13	18	20	16	14	15
	7	9	5	5	6	1	8	2	4
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
7	1	6	5	1	7	5	7	4	
7	9	5	5	6	1	8	2	4	
8	12	28	20	8	32	16	24	36	4
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

CUARTA SERIE.

1	18	22	25	17	19	25	24	26	26
	5	2	5	6	7	6	5	7	4
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
5	2	5	6	7	6	5	7	4	
2	23	18	22	19	20	25	27	28	19
	7	4	8	6	2	7	3	3	5
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
7	4	8	6	2	7	3	3	5	
3	27	32	24	31	23	26	35	31	29
	4	1	1	9	8	6	9	8	2
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
4	1	1	9	8	6	9	8	2	
4	21	27	22	30	27	26	29	34	21
	8	5	9	2	6	5	3	9	1
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	9	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	3	4	3	6	3	1	2	1	2
8	5	9	2	6	5	3	9	1	

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

5	26	28	20	27	34	25	26	28	30
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
6	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	27	20	24	28	28	29	30	23	29
	8	4	5	6	9	4	4	9	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
7	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
	5	1	3	3	6	9	2	2	4
	8	4	5	6	9	4	4	9	5
	29	28	27	18	27	26	25	30	21
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
8	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
8	29	22	25	18	24	21	24	16	19
	7	2	9	2	9	6	8	7	4
	7	2	8	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	8	6	2	7	9	4	2	3
	7	6	1	5	1	7	5	7	4
8	7	5	9	5	6	1	8	2	4
	7	2	9	2	9	6	8	7	4

9	15	35	25	10	40	20	30	45	5
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

QUINTA SERIE.

1	23	24	30	23	26	31	29	33	30
	9	1	6	8	2	7	8	2	7
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
	5	2	5	6	7	6	5	7	4
9	1	6	8	2	7	8	2	7	
2	30	22	30	25	22	32	30	31	24
	8	3	9	9	4	2	9	6	7
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
	7	4	8	6	2	7	3	3	5
8	3	9	9	4	2	9	6	7	

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

3	31	33	25	40	31	32	44	39	31
	3	3	6	1	2	4	1	7	1
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
	4	1	1	9	8	6	9	8	2
	3	3	6	1	2	4	1	7	1
	4	29	32	31	32	33	31	32	43
9		5	1	6	4	2	7	1	5
8		8	7	9	8	9	6	9	6
7		6	3	8	3	7	5	6	4
2		3	4	5	6	7	8	9	1
1		6	5	2	7	2	8	9	8
3		4	3	6	3	1	2	1	2
8		5	9	2	6	5	3	9	1
9		5	1	6	4	2	7	1	5
5		29	32	23	34	42	26	28	33
	1	8	7	5	1	4	9	5	8
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	1	8	7	5	1	4	9	5	8
	6	35	24	29	34	37	33	34	32
7		6	2	4	4	6	3	9	2
9		8	9	8	8	9	7	9	7
2		2	4	5	4	5	6	3	5
2		5	1	9	2	1	8	3	6
9		4	7	3	8	5	7	6	7
5		1	3	3	6	9	2	2	4
8		4	5	6	9	4	4	9	5
7		6	2	4	4	6	3	9	2

7	35	35	36	21	28	27	33	35	28
	6	5	1	6	8	2	7	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
	6	5	1	6	8	2	7	4	7

8	36	24	34	20	33	27	32	23	23
	2	5	1	6	9	3	1	6	5
	7	2	8	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	8	6	2	7	9	4	2	3
	7	6	1	5	1	7	5	7	4
	7	5	9	5	6	1	8	2	4
	7	2	9	2	9	6	8	7	4
	2	5	1	6	9	3	1	6	5

9	18	42	30	12	48	24	36	54	6
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

SESTA SERIE.

1	32	25	36	31	28	38	37	35	37
	3	8	4	5	8	9	7	8	6
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
	5	2	5	6	7	6	5	7	4
	9	1	6	8	2	7	8	2	7
3	8	4	5	8	9	7	8	6	
2	38	25	39	34	26	34	39	37	31
	8	7	9	7	3	6	8	5	4
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
	7	4	8	6	2	7	3	3	5
	8	3	9	9	4	2	9	6	7
8	7	9	7	3	6	8	5	4	
3	34	36	31	41	33	36	45	46	32
	4	7	3	2	8	8	4	2	3
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
	4	1	1	9	8	6	9	8	2
	3	3	6	1	2	4	1	7	1
4	7	3	2	8	8	4	2	3	

4	38	37	32	38	37	33	39	44	27
	7	3	4	6	8	7	6	3	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	3	4	3	6	3	1	2	1	2
	8	5	9	2	6	5	3	9	1
	9	5	1	6	4	2	7	1	5
7	3	4	6	8	7	6	3	4	
5	30	40	30	39	43	30	37	38	41
	8	4	7	5	3	6	2	4	3
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	1	8	7	5	1	4	9	5	8
8	4	7	5	3	6	2	4	3	
6	42	30	31	38	41	39	37	41	36
	4	5	5	5	4	4	9	5	9
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
	5	1	3	3	6	9	2	2	4
	8	4	5	6	9	4	4	9	5
	7	6	2	4	4	6	3	9	2
4	5	5	5	4	4	9	5	9	

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

7	41	40	37	27	36	29	40	39	35
	7	6	3	4	1	4	5	2	1
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
	6	5	1	6	8	2	7	4	7
7	6	3	4	1	4	5	2	1	
<hr/>									
8	38	29	35	26	42	30	33	29	28
	3	9	5	5	5	4	6	6	6
	7	2	8	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	8	6	2	7	9	4	2	3
	7	6	1	5	1	7	5	7	4
	7	5	9	5	6	1	8	2	4
	7	2	9	2	9	6	8	7	4
	2	5	1	6	9	3	1	6	5
	3	9	5	5	5	4	6	6	6
<hr/>									
9	21	49	35	14	56	28	42	63	7
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

SÉTIMA SERIE.

1	35	33	40	36	36	47	44	43	43
	3	9	2	5	6	4	2	2	9
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
	5	2	5	6	7	6	5	7	4
	9	1	6	8	2	7	8	2	7
	3	8	4	5	8	9	7	8	6
3	9	2	5	6	4	2	2	9	
2	46	32	48	41	29	40	47	42	35
	1	2	4	2	3	3	5	3	2
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
	7	4	8	6	2	7	3	3	5
	8	3	9	9	4	2	9	6	7
	8	7	9	7	3	6	8	5	4
1	2	4	2	3	3	5	3	2	
3	38	43	34	43	41	44	49	48	35
	1	3	2	4	1	4	1	2	8
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
	4	1	1	9	8	6	9	8	2
	3	3	6	1	2	4	1	7	1
	4	7	3	2	8	8	4	2	3
1	3	2	4	1	4	1	2	8	

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

4	45	40	36	44	45	40	45	47	31
	6	7	8	6	1	8	2	1	9
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	3	4	3	6	3	1	2	1	2
	8	5	9	2	6	5	3	9	1
	9	5	1	6	4	2	7	-	5
	7	3	4	6	8	7	6	3	4
6	7	8	6	1	8	2	1	9	

5	38	44	37	44	46	36	39	42	44
	3	7	9	8	6	7	8	2	1
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	1	8	7	5	1	4	9	5	8
	8	4	7	5	3	6	2	4	3
3	7	9	8	6	7	8	2	1	

6	46	35	36	43	45	43	46	46	45
	7	6	3	7	8	8	8	9	9
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
	5	1	3	3	6	9	2	2	4
	8	4	5	6	9	4	4	9	5
	7	6	2	4	4	6	3	9	2
	4	5	5	5	4	4	9	5	9
7	6	3	7	8	8	8	9	9	

10'

7	48	46	40	31	37	33	45	41	36
	7	9	8	8	8	5	8	6	6
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
	6	5	1	6	8	2	7	4	7
	7	6	3	4	1	4	5	2	1
7	9	8	8	8	5	8	6	6	

8	41	44	34	31	47	34	39	35	34
	9	5	6	7	2	7	5	7	8
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
	7	1	6	5	1	7	5	7	4
	7	9	5	5	6	1	8	2	4
	7	9	2	2	9	6	8	7	4
	2	1	5	6	9	3	1	6	5
	3	9	5	5	5	4	6	6	6
9	5	6	7	2	7	5	7	8	

9	24	56	40	16	64	32	48	72	8
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

OCTAVA SERIE.

1	38	42	42	41	42	51	46	45	52
	2	6	9	6	7	1	4	3	4
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	7	7	2	1	9	3	3	2
	6	4	9	2	6	5	6	6	7
	5	2	5	6	7	6	5	7	4
	9	1	6	8	2	7	8	2	7
	3	8	4	5	8	9	7	8	6
3	9	2	5	6	4	2	2	9	
2	6	9	6	7	1	4	3	4	
2	47	34	52	43	32	43	52	45	37
	3	5	3	5	5	6	2	5	1
	4	7	4	6	5	3	6	5	5
	3	2	2	3	2	2	2	4	3
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	9	4	8	4	5	7	5	9	8
	5	2	4	1	2	6	6	1	2
	7	4	8	6	2	7	3	3	5
	8	3	9	9	4	2	9	6	7
	8	7	9	7	3	6	8	5	4
1	2	4	2	3	3	5	3	2	
3	5	3	5	5	6	2	5	1	
3	39	46	36	47	42	48	50	50	43
	9	3	9	2	8	3	9	8	2
	7	6	3	8	3	7	5	6	2
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	8	6	9	3	1	8	1	9
	7	8	5	1	4	3	9	7	1
	4	1	1	9	8	6	9	8	2
	3	3	6	1	2	4	1	7	1
	4	7	3	2	8	8	4	2	3
1	3	2	4	1	4	1	2	8	
9	3	9	2	8	3	9	8	2	

4	51	47	44	50	46	48	47	48	40
	2	6	5	7	4	5	7	6	9
	8	8	7	9	8	9	6	9	6
	7	6	3	8	3	7	5	6	4
	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	1	6	5	2	7	2	8	9	8
	3	4	3	6	3	1	2	1	2
	8	5	9	2	6	5	3	9	1
	9	5	1	6	4	2	7	1	5
	7	3	4	6	8	7	6	3	4
	6	7	8	6	1	8	2	1	9
	2	6	5	7	4	5	7	6	9
	<hr/>								
5	41	51	46	52	52	43	47	44	45
	8	3	5	4	5	8	8	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	1	8	9	1	2	3	8
	5	8	3	2	8	4	4	5	1
	3	4	3	7	8	1	2	5	3
	1	8	7	5	1	4	9	5	8
	8	4	7	5	3	6	2	4	3
	3	7	9	8	6	7	8	2	1
	8	3	5	4	5	8	8	9	7
	<hr/>								
6	53	41	39	50	53	51	54	55	54
	9	9	1	6	8	5	9	1	8
	9	8	9	8	8	9	7	9	7
	2	2	4	5	4	5	6	3	5
	2	5	1	9	2	1	8	3	6
	9	4	7	3	8	5	7	6	7
	5	1	3	3	6	9	2	2	4
	8	4	5	6	9	4	4	9	5
	7	6	2	4	4	6	3	9	2
	4	5	5	5	4	4	9	5	9
	7	6	3	7	8	8	8	9	9
	9	9	1	6	8	5	9	1	8

7	55	55	48	39	45	38	53	47	42
	2	3	8	7	9	9	7	9	6
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	3	1	9	8	6	7	3	8	2
	9	9	7	1	2	7	8	8	7
	6	9	8	3	9	8	7	9	4
	6	7	9	3	1	1	8	5	7
	6	5	1	6	8	2	7	4	7
	7	6	3	4	1	4	5	2	1
7	9	8	8	8	5	8	6	6	
2	3	8	7	9	9	7	9	6	
<hr/>									
8	50	49	40	38	49	41	44	42	42
	5	2	9	8	3	8	6	7	8
	7	8	2	5	9	3	6	4	7
	4	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	6	8	2	7	9	4	2	3
	7	1	6	5	1	7	5	7	4
	7	9	5	5	6	1	8	2	4
	7	9	2	2	9	6	8	7	4
	2	1	5	6	9	3	1	6	5
	3	9	5	5	5	4	6	6	6
9	5	6	7	2	7	5	7	8	
5	2	9	8	3	8	6	7	8	
<hr/>									
9	27	63	45	18	72	36	54	81	9
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1
	3	7	5	2	8	4	6	9	1

TABLA 10.ª

SUSTRACCIONES.

7	9	6	9	7	5	8	9	8
3	2	2	3	2	2	2	4	3
15	4	0	7	1	6	1	5	0
7	6	3	8	3	7	5	6	4
11	0	3	3	2	4	3	2	2
2	2	4	5	4	5	6	3	5
11	9	3	6	0	4	7	5	8
4	1	1	1	1	1	1	1	1
6	4	0	4	6	8	2	8	2
3	7	5	2	8	4	6	9	1
7	9	6	9	7	5	8	9	8
4	7	4	6	5	3	6	5	5
15	4	0	7	1	6	1	5	0
8	8	7	9	8	9	6	9	6
11	0	3	3	2	4	3	2	2
9	8	9	8	8	9	7	9	7
11	9	3	6	0	4	7	5	8
7	8	2	5	9	3	6	4	7

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

TABLA 11.ª

17	19	16	19	17	15	18	19	18
13	12	12	13	12	12	12	14	13
25	24	20	27	21	26	21	25	20
17	16	13	18	13	17	15	16	14
21	20	23	23	22	24	23	22	22
12	12	14	15	14	15	16	13	15
21	19	13	16	20	14	17	15	18
14	11	11	11	11	11	11	11	11
16	24	20	14	26	18	22	28	12
13	17	15	12	18	14	16	19	1
17	19	16	19	17	15	18	19	18
14	17	14	16	15	13	16	15	15
25	24	20	27	21	26	21	25	20
18	18	17	19	18	19	16	19	16
21	20	23	23	22	24	23	22	22
19	18	19	18	18	19	17	19	17
21	19	13	16	20	14	17	15	18
15	18	12	15	19	13	16	14	17

TABLA 12.^a

MULTIPLICACIONES.

2	3 3	4 4 4	5 5 5 5
2	3 3	4 4 4	5 5 5 5
	3	4 4	5 5 5
		4	5 5
			5
<hr/>			
2	2 3	2 3 4	2 3 4 5
2	3 3	4 4 4	5 5 5 5
<hr/>			
6 6 6 6 6		7 7 7 7 7 7	
6 6 6 6 6		7 7 7 7 7 7	
6 6 6 6		7 7 7 7 7	
6 6 6		7 7 7 7	
6 6		7 7 7	
6		7 7	
<hr/>			
2 3 4 5 6		2 3 4 5 6 7	
6 6 6 6 6		7 7 7 7 7 7	
<hr/>			
8 8 8 8 8 8 8		9 9 9 9 9 9 9 9	
8 8 8 8 8 8 8		9 9 9 9 9 9 9 9	
8 8 8 8 8 8		9 9 9 9 9 9 9	
8 8 8 8 8		9 9 9 9 9 9	
8 8 8 8		9 9 9 9 9	
8 8 8		9 9 9 9	
8 8		9 9 9	
8		9 9	
		9	
<hr/>			
2 3 4 5 6 7 8		2 3 4 5 6 7 8 9	
8 8 8 8 8 8 8		9 9 9 9 9 9 9 9	

TABLA 13.^a

DIVISIONES.

$12=3 \times 4$ y 2×6	$56=7 \times 8$
$14=2 \times 7$	$48=6 \times 8$
$8=2 \times 4$	$21=3 \times 7$
$18=3 \times 6$	$72=8 \times 9$
$10=2 \times 5$	$24=3 \times 8$ y 4×6
$6=2 \times 3$	$63=7 \times 9$
$20=4 \times 5$	$30=5 \times 6$
$15=3 \times 5$	$54=6 \times 9$
$16=2 \times 8$ y 4×4	$28=4 \times 7$
$36=4 \times 9$ y 6×6	$9=3 \times 3$
$40=5 \times 8$	$49=7 \times 7$
$32=4 \times 8$	$25=5 \times 5$
$45=5 \times 9$	$4=2 \times 2$
$42=6 \times 7$	$64=8 \times 8$
$27=3 \times 9$	$81=9 \times 9$
$35=5 \times 7$	

TABLA 14.

DIVISIONES.

	7 5 3 9	2	8 5 4 7	3	9 7 5 6	4	6 9 8 7	5	7 9 8	6	9 8	7	9:8			
17 13 19 15 11	17 14 11 16 13 19 10	2	17 14 18 15 11 13 19 10	3	17 14 18 11 16 13 19 12	4	17 14 18 11 16 13 19 10	5	17 14 15 11 16 13 19 10	6	17 18 15 11 16 13 19 12 10	7	17 14 18 15 11 13 19 12 10	8	17 14 15 11 16 13 19 12 10	9
28 25 26 23 29 22 20	27 25 21 26 23 29 22	3	27 24 28 21 26 23 29 22	4	27 25 21 26 23 29 20	5	27 25 21 26 23 29 20	6	27 24 25 26 23 29 22 20	7	27 28 25 21 26 23 29 22 20	8	24 28 25 21 26 23 29 22 20	9		

37	4	37	5	37	6	37	7	37	8	37	9
34		34		34		34		34		34	
38		38		38		38		38		38	
35		31		35		31		35		31	
31		36		31		36		31		36	
33		33		33		33		33		33	
39		39		39		39		39		39	
30		32		32		32		30		30	

47	5	47	6	47	7	47	8	47	9	
44		44		44		44		44		
48		45		48		45		48		45
41		41		45		41		41		46
46		46		41		46		43		43
43		43		46		43		49		42
49		49		43		49		42		40
42		40		40		42		40		40

57	6	57	7	57	8	57	9
58		54		54		58	
55		58		58		55	
51		55		55		51	
56		51		51		56	
53		53		53		53	
59		59		59		59	
52		52		52		52	
50	50	50	50				

67	7	67	8	67	9	77	8	77	9
64		68		64		74		74	
68		65		68		78		78	
65		61		65		75		75	
61		66		61		71		71	
66		63		66		76		76	
69		69		69		73		73	
62		62		62		79		79	
60	60	60	70	70					
						87		87	
						84		84	
						88		88	
						85		85	
						86	9	86	9
						83		83	
						89		89	
						82		82	
						80		80	

TABLA 15.

3-10- 30	9-11- 99	4-12- 48
7-10- 70	2-11- 22	7-12- 84
9-10- 90	7-11- 77	2-12- 24
2-10- 20	4-11- 44	9-12-108
5-10- 50	6-11- 66	3-12- 36
8-10- 80	5-11- 55	8-12- 96
4-10- 40	8-11- 88	5-12- 60
6-10- 60	3-11- 33	6-12- 72
8-13-104	7-14- 98	2-15- 30
2-13- 26	2-14- 28	7-15-105
5-13- 65	9-14-126	4-15- 60
4-13- 52	5-14- 70	9-15-135
9-13-117	3-14- 42	3-15- 45
3-13- 39	8-14-112	8-15-120
6-13- 78	6-14- 84	5-15- 75
7-13- 91	4-14- 56	6-15- 90
5-16- 80	8-17-136	4-18- 72
8-16-128	2-17- 34	9-18-162
2-16- 32	5-17- 85	3-18- 54
6-16- 96	9-17-153	7-18-126
3-16- 48	3-17- 51	5-18- 90
7-16-112	7-17-119	2-18- 36
9-16-144	4-17- 68	8-18-144
4-16- 64	6-17-102	6-18-108

FIN.

Se autoriza la copia para la investigación.

© Gobierno de Navarra

ÍNDICE.



	<u>Páginas.</u>	<u>Tablas.</u>
CERTIFICACIONES del resultado del método.	V.	»

PARTE PRIMERA.



RAZON del método.	1	»
---------------------------	---	---

SEGUNDA PARTE

APLICACION



NUMERACION PRÁCTICA ó lectura de los números.	23	— 1,2,3,4.
ADICION de dos números simples estudiada con maestro ó sin él. Primer ejercicio.	30	— 5
<i>Idem</i> Segundo ejercicio.	32	— 6
ADICION de un número compuesto y de un número simple. Tercer ejercicio.	33	— 7
<i>Idem</i> Cuarto ejercicio.	36	— 8
Los cuatro ejercicios precedentes para la enseñanza mútua.	36	— »
Leccion primera.	37	— 6
Leccion segunda.	40	— 6
Leccion tercera.	41	— 6
Leccion cuarta.	42	— 6
Leccion quinta.	43	— 6
Leccion sexta.	44	— 6
Enseñanza mista.	46	— »
ADICION de varios números compuestos.	47	— 9

	Paginas.	Tablas.
SUSTRACCION.	57	— »
<i>Idem</i> Primer ejercicio.	58	— 6
<i>Idem</i> Segundo ejercicio.	61	— 10
<i>Idem</i> Tercer ejercicio.	61	— 7, 8,
<i>Idem</i> Cuarto ejercicio.	63	— 11
MULTIPLICACION. Primer ejercicio.	64	— 12
<i>Idem</i> Segundo y tercer ejercicio.	65	— 6
<i>Idem</i> Cuarto ejercicio.	66	— »
<i>Idem</i> Ejecucion.	68	— »
DIVISION.	70	— »
<i>Idem</i> Primer ejercicio.	73	— 13
<i>Idem</i> Segundo ejercicio.	74	— »
<i>Idem</i> Tercer ejercicio.	77	— 14
CLASIFICACION de las Divisiones.	81	— »
Clase primera.	81	— »
<i>Idem</i> segunda.	90	— »
<i>Idem</i> tercera.	100	— 6, 7, 8.
<i>Idem</i> cuarta.	102	— »
<i>Idem</i> quinta.	103	— »
<i>Idem</i> sesta.	105	— »
PROCEDIMIENTO SENCILLO para toda clase de divisiones.	110	— »
Tablas.	115	— »



ERRATAS IMPORTANTES.

<u>Pág.</u>	<u>Lineas.</u>	<u>Donde dice:</u>	<u>Debe decir:</u>
V	3	Villa	Ciudad
9	10	son 17	17
11	20	sustracion	sustraccion
12	20	todos medios	medios todos
19	11	enuciacion	enunciacion
25	9	2. ^a	segunda
»	11	3. ^a	tercera
»	16	intermedias;	intermedias,
27	22	cuando;	cuando
30	3	EJERCIBIO	EJERCICIO
35	28	$\frac{40}{8}$	$\frac{40}{8}$
38	14	Despes, el maestro,	Despues el maestro
39	6	olvidar y	olvidar, y
»	15	posible,	posible
47	8	medias	medianos
48	29	muestre	muestren
»	»	'separadas	separados
56	28	ifras	cifras
61	17	tres	3
69	15	ejercios	ejercicios
76	24	un vez 8;	1 vez 8;
»	26	abandolo	abandonarlo
84	28	inferior á	inferior á.....
85	23	unidad de	unidad del
88	16	459.	450
91	21	añadiendo 1	añadiendo una
100	22	TETCERA	TERCERA
105	27	$10 \times 3 = 30$;	$10 \times 3 = 30$;
109	9	3842	8842

BND

Se autoriza la copia para la investigación.
© Gobierno de Navarra